



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO  
*CAMPUS* UNIVERSITÁRIO DE SINOP  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS NATURAIS, HUMANAS E SOCIAIS  
CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA – HABILITAÇÃO EM  
MATEMÁTICA

A ÁLGEBRA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL NAS ORIENTAÇÕES  
CURRICULARES

DOUGLAS CORDEIRO DA SILVA

SINOP - MT

2017



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO  
*CAMPUS* UNIVERSITÁRIO DE SINOP  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS NATURAIS, HUMANAS E SOCIAIS  
CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA – HABILITAÇÃO EM  
MATEMÁTICA

A ÁLGEBRA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL NAS ORIENTAÇÕES  
CURRICULARES

Douglas Cordeiro da Silva

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática Habilitação em Matemática, para a obtenção do título de Licenciado em Ciências Naturais e Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Elizabeth Quirino de Azevedo.

SINOP - MT

2017

Douglas Cordeiro da Silva

## A ÁLGEBRA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL NAS ORIENTAÇÕES CURRICULARES

Monografia aprovada como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Ciências Naturais e Matemática – Habilitação em Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso, *Campus* Universitário de Sinop, pela comissão formada pelos professores:

---

**Prof (a). Dra Elizabeth Quirino de Azevedo**

Instituto de Ciências Naturais, Humanas e Sociais (ICNHS)  
UFMT – *Campus* Sinop  
(Orientadora)

---

**Prof. Dr. Edson Pereira Barbosa**

Instituto de Ciências Naturais, Humanas e Sociais (ICNHS)  
UFMT – *Campus* Sinop  
(Membro)

---

**Prof. Dr. Mazílio Coronel Malavazi**

Instituto de Ciências Naturais, Humanas e Sociais (ICNHS)  
UFMT – *Campus* Sinop  
(Membro)

Sinop, Fevereiro de 2017.

## DEDICATÓRIA

*Dedico este trabalho primeiramente a Deus, pela força e coragem, que se fez sempre presente na minha vida e me deu a vitória nessa longa caminhada. Dedico também ao meu irmão Diego Cordeiro da Silva (in memoriam), pelo apoio, incentivo e admiração. Essa vitória é para você.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço os meus professores, por todo incentivo e conselho que me foi dado, em especial a minha professora, orientadora e querida coordenadora de curso, prof. Dra. Elizabeth Quirino de Azevedo por todos os puxões de orelha, conselho, amizade e paciência.

Ao prof. Dr. Edson Pereira Barbosa pela paciência, preocupação, incentivo, amizade, contribuindo para o meu crescimento intelectual, pela dedicação em me ensinar, pelas caronas e os conselhos.

A minha família, em especial a minha mãe Edna Cordeiro da Silva, por ter me incentivado a entrar no curso de graduação, pelo amor, carinho, proteção, educação me incentivando a seguir em frente mesmo em meio a dificuldades.

A Gabriela Herber dos Santos pelo amor, incentivando-me a estudar e correr atrás dos meus sonhos e por sempre se fazer presente nos momentos tristes e alegres de minha vida.

Aos meus amigos Everton Rodrigues da Silva, Ykaro Votã Block de Lima, Deise C. N. Dornelles e Daisy C. Sulzbach pelas vezes que precisei de apoio e de conselho, vocês sempre estavam presente para me ajudar em minhas necessidades.

Ao meu ex-chefe Hilário Buffon pelo apoio financeiro quando vim para Sinop e pelo estímulo aos estudos. Aos meus professores Sérgio Molina, Ivo Cruz e Ednéia Cenci pelo incentivo inicial e inspiração no ensino médio.

Da Secretária de Assistencial Estudantil, agradeço a Cintia Branco, a André D. Gomes, a Emilene da Silva Santiago, a Marina Sagui e a Alessandra P. C. de Souza por todo trabalho realizado em prol dos acadêmicos. Faço um agradecimento especial a Hellen C. Xavier da Conceição, pela competência, pela atenção dispensada, e paciência ao tirar minhas dúvidas sobre auxílios estudantis.

E por último aos governos de Dilma Rousseff e Luiz Inácio Lula da Silva, por terem ampliado o ensino superior no Brasil e os programas de assistência estudantil, que foi o que me ajudou muito durante a graduação.

“Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser, mas Graças a Deus, não sou o que era antes”. (Marthin Luther King)

## SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS.....	viii
LISTA DE FIGURAS: .....	ix
RESUMO .....	10
ABSTRACT .....	11
INTRODUÇÃO .....	12
CAPÍTULO I: METODOLOGIA DE PESQUISA .....	13
1.1    Objetivo .....	13
a)    Objetivos Específicos.....	13
1.2    Problema da Pesquisa .....	13
1.3    Tratamento Metodológico .....	14
CAPÍTULO II: ENSINO DA ÁLGEBRA .....	16
2.1    História da Álgebra.....	16
2.2    A Álgebra no Currículo da Matemática.....	19
2.3    O Pensamento Algébrico.....	21
2.4    Considerações Preliminares .....	23
CAPÍTULO III: UMA INVESTIGAÇÃO NOS DOCUMENTOS OFICIAIS .....	25
3.1    Parâmetros Curriculares Nacionais .....	25
a)    Álgebra no Sexto e Sétimo Ano do Ensino Fundamental segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais .....	26
b)    Álgebra no Oitavo e Nono Ano do Ensino Fundamental segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais .....	30
c)    Referências Didáticas para os Anos Finais do Ensino Fundamental .....	32
3.2    Base Nacional Comum Curricular (BNCC) .....	36
a)    A Álgebra Presente na BNCC .....	37
3.3    Considerações Preliminares .....	43
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	44
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	47

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Vertentes fundamentais do pensamento algébrico.....	22
---	----

## LISTA DE FIGURAS:

Figura 1: Insetos.....	28
Figura 2: Retângulo.....	29
Figura 3: Exemplo de problema que utiliza tabela na sua resolução.....	33
Figura 4: Atividade sobre equivalência.....	34
Figura 5: Diferentes, mas parecidos.....	38
Figura 6: Semelhantes.....	40

## RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo analisar os aspectos da Álgebra presentes no currículo do Ensino Fundamental Brasileiro. Trata-se de uma pesquisa de natureza bibliográfica com análise qualitativa, em que buscamos estudar as manifestações de como a Álgebra se apresenta no currículo da educação básica, usando como fundamentação teórica trabalhos de autores que pesquisaram o ensino da álgebra e suas particularidades. Além disso, pesquisamos em documentos oficiais tais como: os Parâmetros Curriculares Nacionais e a segunda versão da proposta preliminar da Base Nacional Comum Curricular. Em ambos os documentos, concentramos nossa investigação no tema Álgebra. Foi desenvolvido um levantamento histórico/bibliográfico com o objetivo de buscar através da história da Álgebra, uma compreensão da evolução algébrica e suas implicações para a sala de aula. Com relação ao pensamento algébrico, verificamos que ele se fundamenta no desenvolvimento de métodos inovadores para resolver problemas matemáticos.

Palavras-chave: Álgebra, Currículo, Ensino de Matemática.

## **ABSTRACT**

The present work aims to analyze the aspects of Algebra present in the curriculum of the Brazilian Elementary School. This is a bibliographic research with qualitative analysis, in which we seek to study the manifestations of how Algebra presents itself in the curriculum of basic education, using as theoretical foundation works by authors who have researched the teaching of algebra and its particularities. In addition, we have researched official documents such as: the National Curricular Parameters and the second version of the preliminary proposal of the National Curricular Common Base. In both documents, we focused our research on the topic Algebra. A historical / bibliographic survey was developed with the objective of searching through the history of Algebra, an understanding of algebraic evolution and its implications for the classroom. With regard to algebraic thought, we find that it is based on the development of innovative methods to solve mathematical problems.

Keywords: Algebra, Curriculum, Mathematics Teaching.

## INTRODUÇÃO

Através desta pesquisa buscamos analisar os aspectos da Álgebra presentes no currículo do Ensino Fundamental Brasileiro, uma vez que, o conhecimento algébrico, sua evolução e a compreensão de seus significados são importantes para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Organizamos nossa pesquisa em três capítulos. Onde o primeiro capítulo é destinado a apresentação e defesa da metodologia adotada nessa investigação.

No segundo capítulo apresentamos um levantamento histórico sobre a origem da Álgebra a fim de compreender seu processo evolutivo e sua importância no âmbito escolar, pois segundo Vailati e Pacheco (2008, p.2) por diversas oportunidades a matemática é exposta aos alunos sem nenhuma menção à sua história, ressaltando-se mecanismos e técnicas, em detrimento da consideração com relação às ideias matemáticas e do discernimento de definições para os algoritmos, transformando-se em uma ocupação mecânica. Neste mesmo capítulo recorreremos a alguns autores para trazer definições sobre o que é a álgebra.

Ainda no segundo capítulo realizamos uma pesquisa acerca pensamento algébrico, onde buscamos quais seus aspectos estão presentes no currículo do Ensino Fundamental e quais métodos podem ser explorados para desperta-lo nos alunos.

As orientações disseminadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular acerca dos aspectos algébricos presente no currículo do ensino fundamental estão presentes no terceiro capítulo.

## **CAPÍTULO I: METOLOGIA DE PESQUISA**

Neste capítulo apresentamos a metodologia de pesquisa utilizada, uma vez que, ela define o caminho que o pesquisador deve seguir ao iniciar seu trabalho de pesquisa. Sendo assim, ao decidir qual seria o tema a ser desenvolvido, buscamos por uma metodologia que nos guiasse nessa investigação.

### **1.1 Objetivo**

Analisar os aspectos da Álgebra presentes no currículo do Ensino Fundamental Brasileiro.

#### **a) Objetivos Específicos**

- Identificar aspectos do pensamento algébrico previstos nos Parâmetros Curriculares Nacionais.
- Identificar aspectos do pensamento algébrico previstos na Base Comum Curricular.
- Compreender como o Pensamento Algébrico pode ser apresentado aos alunos do Ensino Fundamental.

### **1.2 Problema da Pesquisa**

Toda pesquisa tem seu início motivado pela curiosidade ou por questionamentos levantados pelo pesquisador. Como nosso interesse era em fazer um levantamento bibliográfico sobre o currículo, focamos nas análises qualitativas da pesquisa. Segundo Sampieri, Collato e Lucio (2006):

No caso do enfoque qualitativo da pesquisa, ou quando esse prevaleça sobre o quantitativo, a formulação do problema pode se dar em diferentes momentos da pesquisa: **1.** neste segundo passo que segue o surgimento da ideia de pesquisa; **2.** Durante o processo de pesquisa (ao consultar a literatura, elaborar o marco teórico, coletar informações ou analisá-las); e **3.** ao final do processo de pesquisa (ao

redigir o relatório de resultados ou informe final)(SAMPIERI; COLLATO; LUCIO; 2006, p.34)

Muitos questionamentos, relacionados à organização curricular de temas trabalhados em sala de aula, surgiram durante o estágio de regência desenvolvido na Escola Estadual Maria de Fátima Gimenes Lópes, em Sinop-MT, e também durante meu período dentro do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Nesse período, tive a oportunidade de trabalhar com alunos dos anos finais do ensino fundamental. Dentre estes questionamentos os relacionados com a álgebra ficaram mais evidentes. Sendo assim, meu interesse, em como contribuir para superar essas dificuldades, me levou a realizar trabalhos sobre o tema “álgebra”.

Do resultado de minha experiência em sala de aula e dos trabalhos realizados sobre o tema surgiu a pergunta desta pesquisa:

**Que aspectos da álgebra estão presentes na organização do currículo escolar do Ensino Fundamental?**

Tendo definida a pergunta da pesquisa fomos em busca de uma fundamentação teórica, que apresentamos nos capítulos a seguir.

### **1.3 Tratamento Metodológico**

Esta pesquisa é de natureza Bibliográfica com análise qualitativa, uma vez que, investigamos nos documentos oficiais e em trabalhos publicados por pesquisadores que apresentam estudos vinculados a álgebra no Ensino Fundamental Brasileiro. Sobre a pesquisa bibliográfica, Gil (2008) diz que:

A pesquisa bibliográfica é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. Embora em quase todos os estudos seja exigido algum tipo de trabalho desta natureza, há pesquisas desenvolvidas exclusivamente a partir de fontes bibliográficas. Parte dos estudos exploratórios podem ser definidos como pesquisas bibliográficas, assim como certo número de pesquisas desenvolvidas a partir da técnica de análise de conteúdo. (GIL, 2008, p.50)

Ainda complementando o que este autor coloca sobre pesquisa bibliográfica, Fonseca (2002) acrescenta que:

A pesquisa bibliográfica é feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites. Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto. Existem, porém pesquisas científicas que se baseiam unicamente na pesquisa bibliográfica, procurando referências teóricas publicadas com o objetivo de recolher informações ou conhecimentos prévios sobre o problema a respeito do qual se procura a resposta (FONSECA, 2002, p. 32).

Desta forma seguiremos as perspectivas destes Gil e Fonseca, iniciando com leituras em livros e artigos de diferentes autores, estudando a história da Álgebra e sua implicação em sala de aula, e posteriormente faremos a busca em arquivos *on-line* como a Base Nacional Comum Curricular e os Parâmetros Curriculares Nacionais em busca de compreender a organização curricular do Ensino Fundamental Brasileiro.

## **CAPÍTULO II: ENSINO DA ÁGEBRA**

Esta pesquisa possui em seu domínio o tratamento da educação algébrica ao longo do Ensino Fundamental, onde buscamos identificar os aspectos da álgebra previstos para tais alunos. Para alcançar este objetivo fizemos a leitura e assimilação -concentrando no tema Álgebra- de documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais, a Base Nacional do Currículo Comum (que neste momento ainda esta em construção), nesta perspectiva analisamos autores que pesquisam o ensino da álgebra e suas particularidades.

Ao investigarmos a história, buscamos compreender a evolução da álgebra, e por meio de alguns autores buscamos saber quais as implicações ao ser estudado esta história dentro da sala de aula. Também investigamos as definições que alguns autores dão para a Álgebra, e posteriormente o significado do pensamento algébrico e como ele pode ser melhor aproveitado em sala de aula.

### **2.1 História da Álgebra**

Quando investigamos a historia da álgebra buscando a sua origem nos deparamos com Ponte (2006, p.5), onde ele assume que, a origem da Álgebra nos remete a formalização e sistematização de certas técnicas de resolução de problemas encontradas em registros da antiga Babilônia.

A autora Baiocco (2010, p.7) complementa esta ideia afirmando que foi na Babilônia que surgiu um próspero sistema aritmético, usado para realizar cálculos algébricos através da utilização de fórmulas e por meio da resolução de incógnitas, os quais hoje são denominados de equações lineares, quadráticas e equações indeterminadas, neste mesmo período, para este autor, estudiosos de outras nações do mundo como o Egito, Grécia, China e Índia fizeram a utilização de táticas voltadas para a geometria, como os papiros e tabuletas de argila para desenvolver tais cálculos. Lins e Gimenez apontam que isto serviu de apoio para a universalização de novas fórmulas, segundo eles:

[...] começamos com os babilônios e os egípcios (cerca de 1700 a.C.) que desenvolveram regras eficientes para cálculos vários e para a resolução de problemas, embora não tenham desenvolvido notação alguma para apresentar essas regras de forma geral[...] (LINS e GIMENEZ, 2001, p.91)

Ponte (2006, p.5) afirma que de forma gradativa, a definição de equação foi determinada e a Álgebra fica conhecida como o estudo da resolução de equações “algébricas”. Diofanto (329-409 d.C.) elaborou técnicas semelhantes para a resolução de vários tipos de equações e sistemas em um gênero de linguagem abreviado, muito famoso como “sincopado”.

Vale lembrar que o sincopado é o uso de abreviações para quantidades de operações que se repetem.

Segundo Lauand (2003) em meado de 825 d.C., em Bagdá, o matemático árabe Mohammad Ibn-Musa al Khwarizmi, escreveu um sucinto livro denominado de “*al-jabr*” que deu origem a palavra Álgebra. Esta obra lidava com os métodos de “restauração” e de “redução” de equações para a aquisição de suas raízes, este livro é apreciado como o livro precursor da Álgebra, uma produção muito didática e com o propósito de orientar respostas para as questões matemáticas que até então eram recorrentes.

Segundo o autor Baumgart (1992, p.3), provavelmente a tradução mais satisfatória para o título desta obra seria a “ciência das equações”, pois inicialmente a “Álgebra” referia-se a equações, o termo hoje possui um conceito mais abrangente, e para ter um sentido convincente e preciso demandar um enfoque em dois estágios. O primeiro estágio se refere a Álgebra elementar, que é o conhecimento das equações e técnicas de como solucioná-las. Esse estágio compreende o período entre os anos de 1700 a.C. a 1700 d.C., sendo, reconhecido pela criação progressiva do simbolismo e pela resolução de equações. O segundo estágio trata-se da Álgebra moderna que é o conhecimento das estruturas matemáticas como, por exemplo: anéis, corpos e grupos.

Para Ponte (2006, p.5-6) as equações algébricas de primeiro e segundo graus vinham sendo solucionadas desde a Antiguidade, mas as de terceiro grau manifestaram-se bastante trabalhosas de serem solucionadas, e suportou a dedicação dos matemáticos por centenas de anos, até que o matemático italiano Scipione del Ferro (1465-1526) conseguiu resolver

equações deste tipo, e posteriormente Tartaglia (1500-1557) também descobriu como solucionar problemas deste estilo, porém coube a Cardano (1501-1576) publicar tais conquistas (na sua *Ars Magna*). E as equações de quarto grau foram finalmente solucionadas por Ferrari (1522-1565). Vale frisar que para se obter a solução das equações algébricas do terceiro grau faz-se preciso a incorporação de um novo tipo de números, os números complexos.

No trabalho de Laier (2014, p.32) é possível identificar que François Viète (1540-1603), também foi um dos importantes matemáticos para a álgebra, pois em sua obra *In Artem*, ele levou a outro patamar o simbolismo algébrico e adotou as vogais para representar as incógnitas e consoantes para ficar no lugar das constantes, ele é reconhecido por aplicar a álgebra a trigonometria e a geometria.

Por meio dos obstáculos que os matemáticos foram constatando no desenrolar de suas pesquisas e análises, ao trocar as letras, palavras e alguns sinais, é que foram geradas por eles circunstâncias para a evolução da Álgebra, desenvolvendo assim a Álgebra simbólica, que são equações expressas em símbolos.

De acordo com Miorin (1998) por um longo período, a Álgebra foi apreciada como o campo da Matemática que analisa as operações entre números, particularmente a resolução de equações.

Ponte (2006, p.6) afirma que outro conteúdo primordial do estudo das equações é o de entender o número de soluções que tem uma equação de grau  $n$ , e o primeiro matemático a anunciar que uma determinada equação possui  $n$  soluções foi Girard (1595-1632), em 1629 no livro *L'invention en Algèbre*. Tal proposição teve numerosas tentativas de demonstração, todas recusadas, e só foi resolvida de maneira confiável por Argand (1768-1822), em 1814 e, depois, por Gauss (1777-1855), em 1816.

Segundo Ponte (2006, p.6) dois relevantes resultados frisaram o estágio final do desenvolvimento do estudo das equações, o primeiro é a comprovação da inviabilidade de se obter uma solução geral para uma equação com coeficientes aleatórios de graus superiores a quatro, concebida por Abel (1802-1829), e o segundo é a definição das situações essenciais e aceitáveis para uma equação de grau maior que quatro tenha resultado por

meios algébricos, dada por Galois (1811-1832), e é este matemático que estuda pela primeira vez a estrutura de grupo.

Ao se estudar a história da Matemática, é possível constatar que a procura de explicações para problemas diários e para perguntas, até então sem respostas, são grandes motivadores para uma série de ideias e concepções que são desenvolvidas ao longo do tempo. A trajetória do tempo nos leva há épocas arcaicas, onde as fórmulas, os estudos, entre outros, foram edificadas por meio de dilemas e respostas para o cotidiano. O que compreendemos na atualidade sobre Álgebra é produto do empenho e da motivação de filósofos e matemáticos, que ao se dedicaram à resolução de problemas contribuíram para a formulação de conceitos algébricos que conhecemos hoje.

## **2.2A Álgebra no Currículo da Matemática.**

Para Maclane e Birkhoff (1967) a Álgebra já é introduzida desde o momento em que se passa operar os números, e estes conhecimentos evoluem até serem aplicados em sistemas algébricos fazendo valer as mesmas regras básicas das operações, eles afirmam que:

A álgebra começa como a arte de manipular somas, produtos e potências de números. As regras para essas manipulações valem para todos os números, de modo que as manipulações podem ser levadas a efeito com letras que representam números. Revela-se então que as mesmas regras valem para diferentes espécies de números [...] e que as regras inclusive se aplicam a coisas [...] que de maneira nenhuma são números. Um sistema algébrico, como veremos, consiste em um conjunto de elementos de qualquer tipo sobre os quais operam funções como a adição e a multiplicação, contanto que essas operações satisfaçam certas regras básicas. (MACLANE; BIRKHOFF, 1967)

Segundo Laier (2014, p.35) a Álgebra não é a área da matemática que trabalha unicamente com letras e símbolos, uma vez que, antes de ela tratar com manipulação de letras e símbolos, tem seu início no domínio da aritmética, e então a autora avalia a álgebra como aritmética generalizada, afirmando que:

Outro aspecto apresentado é a álgebra como aritmética generalizada, que se caracteriza pela preocupação com a linguagem algébrica, e não apenas com o objeto a que se aplicam técnicas diversas. Assim,

o envolvimento está somente na organização de dados e no estabelecimento de relações.(LAIER,2014, p.36)

Ao analisarmos o trabalho de Laier (2014, p.35), encontramos um parágrafo onde a autora discute a ideia de Coxford e Shulte, neste trecho ela diz que geralmente a álgebra é vista como uma área da matemática responsável por lidar com a generalização das operações matemáticas e sua disposição para tratar com as letras, e esta visão favorece o pensamento, de que na maioria das vezes, ela é responsável por treinar os alunos a guardarem informações pertinentes ao conteúdo e estarem aptos a desenvolverem as técnicas e manipulações dos algarismos.

Laier (2014) considera que a Álgebra é um importante campo da matemática, responsável por trazer a concepção de variável na representação de números, que em expressões serão manuseadas com os mesmos princípios de operações administrados aos números, ela afirma que:

[...] a Álgebra envolve a manipulação formal de equações, operações matemáticas, polinômios e estruturas algébricas. É um dos principais ramos da matemática pura, e a nível elementar apresenta inicialmente a introdução do conceito de variável para representar valores numéricos. Expressões usando estas variáveis são manipuladas usando as regras de operações aplicáveis a números. (LAIER, 2014, p.37)

Carolyn Kieran aponta a evolução da Álgebra trazida pelos defensores do pensamento algébrico, donde ela saiu de uma simples técnica e foi transformada em um método de pensamento e raciocínio. Kieran afirmar que:

Álgebra não é apenas um conjunto de procedimentos envolvendo os símbolos em forma de letra, mas consiste também na actividade de generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras (e.g. Mason, 2005). Assim, a Álgebra passou a ser encarada não apenas como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas. (Kieran, 2007a, p. 5)

Por intermédio destes autores podemos afirmar que a Álgebra é um importante ramo da Matemática, que teve seu início na aritmética e com o passar do tempo sofreu modificações, que a fizeram transcender de um conjunto de métodos responsável por trabalhar com letras e símbolos para uma forma de reflexão a respeito de múltiplas situações matemáticas.

### 2.3 O Pensamento Algébrico

Neste item exporemos as considerações de alguns autores que estudam a educação algébrica e suas consequências para a Educação Matemática e, até discernir o Pensamento Algébrico existente na resolução de problemas.

Lins e Gimenez (2001, p. 89) expressam que não existe “um consenso a respeito do que seja pensar algebricamente”. Os autores afirmam que as distinções descobertas na presença das concepções de educação algébrica, se devem a realidade de que se apresentam diversas contextualizações da prática algébrica. Desta forma

Parte do trabalho de caracterizar a atividade algébrica é dar uma “descrição” de posse da qual possamos identificar essa atividade quando ela acontece. Outra parte, mais complicada, é tentar saber se há – e quais seriam, então – processos cognitivos peculiares a essa atividade (LINS; GIMENEZ, 2001, p. 90).

Segundo Canavarro (2007, p.86) o pensamento algébrico consiste em “os alunos apresentaram estratégias criativas de encontrar a resposta para uma situação complexa”, para ele existem fatores que podem ser examinados para verificar se os alunos estão apresentando um possível pensamento algébrico, este autor diz que isto é factível se:

As suas produções escritas e conclusões enunciadas permitem observar que:

- Identificaram a estrutura matemática da situação em análise;
- Estabeleceram relações numéricas entre as duas variáveis em causa;
- Generalizaram uma regra para a determinação de qualquer termo da sequência, em linguagem natural, justificando-a;
- Expressaram a generalização de duas formas distintas, por recorrência e através do termo geral. (CANAVARRO, 2007, p.86)

Ponte, Branco e Matos (2009, p.11) afirmam que o pensamento algébrico inclui três vertentes, onde a primeira trata da habilidade de manusear diversos sistemas de representação; a segunda vertente diz respeito à dedução e a generalização ao analisar certos objetos matemáticos; e a terceira fala sobre a modelagem de situações para resolver problemas matemáticos e

de outros domínios. A tabela abaixo, idealizada por estes autores, nos ajudar a compreender o desenvolvimento de tais vertentes.

**Tabela 1: Vertentes fundamentais do pensamento algébrico**

<b>VERTENTES</b>	<b>PROCEDIMENTOS</b>
Representar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais;</li> <li>• Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objetos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa;</li> <li>• Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.</li> </ul>
Raciocinar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relacionar (em particular, analisar propriedades);</li> <li>• Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras;</li> <li>• Deduzir</li> </ul>
Resolver problemas e modelar situações	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).</li> </ul>

FONTE: PONTE, BRANCO & MATOS, 2009, p. 11

PONTE (2006) defende que o pensamento algébrico inclui o manuseio de símbolos, porém sua definição não para neste ponto, para ele:

[...] o pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com o cálculo algébrico e as funções. No entanto, inclui igualmente a capacidade de lidar com muitas outras estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios. A capacidade de manipulação de símbolos é um dos elementos do pensamento algébrico[...] a capacidade de interpretar e de usar de forma criativa os símbolos matemáticos, na descrição de situações e na resolução de problemas. Ou seja, no pensamento algébrico dá-se atenção não só aos objetos mas também às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstracto. Por isso, uma das vias privilegiadas para promover este raciocínio é o estudo de padrões e regularidades. (PONTE, 2006, p. 7-8)

Vailati e Pacheco (2008) defendem o uso da história para auxiliar no desenvolvimento da álgebra junto aos alunos, segundo eles somente a história da matemática não resolve os problemas da Educação Matemática, mas a sua utilização inspiram os alunos reduzindo as dificuldades ligadas à abstração. Eles apontam que:

O conhecimento da história do desenvolvimento algébrico possibilita a percepção da simbologia algébrica como uma linguagem que facilita a expressão do pensamento matemático. Atividades que contemplem os estágios de evolução podem contribuir para a construção do pensamento algébrico em direção à formalização da linguagem simbólica e, diante disso, amenizar dificuldades relativas à abstração. À medida que a linguagem algébrica se torna familiar ao aluno, ele pode compreender a função da generalização para a solução de situações problema.(VAILATI, PACHECO, 2008, p.23)

Os pensamentos algébricos consistem no desenvolvimento de métodos inovadores para se resolver problemas que do ponto de vista matemático são considerados difíceis, é possível identificar a assimilação deste conteúdo por meio de alguns sinais, como por exemplo: quando ele identifica estruturas matemáticas, consegue definir as relações entre duas variáveis e realiza a generalização de determinados pensamentos matemáticos.

Para alcançar o objetivo de desenvolver em seus alunos as visões algébricas os professores podem se servirem de artifícios interessantes, - como, por exemplo, uma abordagem histórica- os métodos utilizados pelos docentes devem levar a sala de aula para o cotidiano dos alunos, ou seja, levar a matemática para a rotina deles.

## **2.4 Considerações Preliminares**

Ao se analisar a história da Matemática, é possível verificar que as grandes motivadoras para o desenvolvimento de conhecimento ao longo dos milênios foi a busca por explicações, e soluções de problemas do cotidiano, ou seja, a curiosidade e a necessidade de melhorar a qualidade de vida da sociedade em cada uma das eras. A Álgebra e a Matemática da atualidade só se tornaram viáveis graças ao empenho e a motivação dos matemáticos e filósofos.

A Álgebra teve sua gênese na aritmética, mas com o passar do tempo foi necessário que ela sofresse alterações, e isto fez com que ela superasse o conceito de um conjunto de métodos responsáveis por trabalharem com letras e símbolos, e se tornasse uma reflexão a respeito de múltiplas situações matemáticas. Em consequência disto a Álgebra se tornou uma influente área dentro do currículo matemático.

Quando se reflete sobre a álgebra não existe a possibilidade de deixar de pensar acerca do pensamento algébrico. Os pensamentos algébricos se fundamentam no desenvolvimento de métodos inovadores para resolver problemas matemáticos, que pelo indivíduo, são considerados difíceis. É possível identificar a assimilação deste pensamento por meio de alguns sinais, como por exemplo: quando ocorre a identificação das estruturas matemáticas, no momento em que se consegue definir as relações entre duas variáveis e realiza a generalização de determinados pensamentos matemáticos.

## **CAPÍTULO III: UMA INVESTIGAÇÃO NOS DOCUMENTOS OFICIAIS**

Neste capítulo, faremos uma análise em dois documentos oficiais sendo eles, os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular. Nestes documentos investigamos sobre o currículo algébrico do Ensino Fundamental do Brasil.

### **3.1 Parâmetros Curriculares Nacionais**

Na década de 1990 foram elaborados os documentos que orientam os Currículos da Educação Básica do Brasil. Seus idealizadores consideraram “a necessidade de construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras.” (BRASIL, 1998, p.5) Esses documentos foram denominados Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Tais documentos são consequência de um árduo trabalho, que concentrou esforços do Ministério da Educação, das Secretarias de Educação Fundamental e Média e de inúmeros educadores brasileiros.

Os PCNs foram desenvolvidos com o objetivo de providenciar orientações com relação ao ensino e aprendizagem, socializar dados e conclusões de pesquisas de docentes brasileiros.

No ano de 1997 foram divulgados os PCNs para os quatro primeiros anos do Ensino Fundamental. Em 1998 foram divulgados os PCN do quinto ao oitavo ano do Ensino Fundamental.

Os temas sugeridos, por este documento, para o ensino de matemática no Ensino Fundamental são: Números e Operações; Espaço e forma; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação.

Com relação a Matemática dos ciclos finais do Ensino Fundamental, existe um consenso de que devem contemplar o estudo dos números e operações. A Álgebra deve ser uma das áreas de estudo da educação brasileira. Porém, os desafios que se apresentam é o de identificar dentro da Álgebra conceitos e procedimentos, que são relevantes, intelectualmente aos alunos. (BRASIL, 1998, p. 49)

Ainda, conforme os PCNs o professor deve explorar situações da vida cotidiana, para desenvolver em seus alunos o raciocínio, a interpretação de fenômenos do mundo real. A escola deve “promover a aproximação da atividade matemática com a realidade em que se encontram esses problemas”. (BRASIL, 1998, p.67)

Com relação a temas a serem desenvolvidos no Ensino Fundamental, esse documento realça a importância de se trabalhar utilizando o contexto social do aluno e problemas históricos ligados ao tema, uma vez que, tal medida geralmente desperta o interesse dos alunos.

Embora alguns aspectos da Álgebra podem ser desenvolvidos durante os anos iniciais do Ensino Fundamental são nos anos finais que os conteúdos algébricos serão explorados de uma forma mais completa. Neste momento, através da exploração de situações-problema, espera-se que o aluno comece a generalizar os padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelar e resolver problemas difíceis. Além disso, é importante trabalhar com o aluno o reconhecimento das diferentes funções da Álgebra levando o aluno a representar problemas por meio de equações e inequações, e por fim compreender as regras para a solução de uma equação. (BRASIL, 1998, p.50)

#### **a) Álgebra no Sexto e Sétimo Ano do Ensino Fundamental segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais**

O estudo algébrico do sexto e sétimo ano do Ensino Fundamental tem como objetivos provocar o aluno à:

- Distinguir quais conceitos algébricos propiciam as generalizações sobre particularidades das operações aritméticas, transpor situações-problema e beneficiar as prováveis soluções.
- Compreender informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica, generalizar parâmetros e visualizar a definição das letras.
- Aproveitar os saberes sobre as operações numéricas e suas propriedades, com a finalidade de produzir métodos de cálculos algébricos.

O uso de símbolos e da linguagem matemática aplicados no sexto e sétimo ano do ensino fundamental podem ser trabalhados tanto do ponto de vista histórico quanto do prático. Uma vez que, se espera que os alunos

consigam compreender que os números possuem múltiplas representações (fracionais, decimais, percentuais, notação científica). Ao trabalhar com os números neste ciclo, é importante explorar problemas que trabalhem com padrões de sequências numéricas que guiam os alunos a desenvolverem algumas generalizações, fazendo assim que aos poucos, eles compreendam a natureza das representações algébricas. Através destas construções é que será possível explorar as primeiras noções de Álgebra (BRASIL, 1998, p. 67)

Para melhor explorar esses conceitos é interessante trabalhar junto aos alunos questões similares ao exemplo abaixo.

### **Exemplo1:**

Quais são?

- a) Os números pares positivos que estão entre 0 e 20.
- b) Os números ímpares positivos que estão entre 0 e 20.

### **Encaminhamento**

Atividades como as do exemplo 1, podem levar o aluno a trabalhar com padrões em sequências numéricas, levando-os a desenvolverem generalizações.

Espera-se que seja trabalhado com os alunos, ainda no ensino fundamental o conteúdo de funções, após a assimilação, da ideia de generalização de padrões e da variação de grandezas, um exercício que pode ser desenvolvido é: (BRASIL, 1998, p.50)

Para melhor explorar alguns desses conceitos é interessante trabalhar junto aos alunos questões similares ao exemplo abaixo.

### **Exemplo 2:**

João andando pelo Parque Florestal apanhou alguns insetos e os organizou conforme a figura abaixo. Encontre um método rápido de contá-los.

**Figura 1:** Insetos



**Fonte.** Criação do autor pesquisador.

### **Encaminhamento**

O aluno poderá contar os insetos de modo aleatório. Entretanto o professor deverá trabalhar o problema com os alunos levando-os agrupar os insetos de modo a formar padrões numéricos.

No sexto e sétimo ano do ensino fundamental é interessante encorajar os alunos a arquitetar e explorar múltiplos métodos de resolução de situações-problema e confrontá-los, e ainda aprimorar a aptidão de encontrar soluções, e perceba a importância de justificar suas soluções. Neste ciclo é muito importante que os alunos argumentem e justifiquem suas conclusões, pois este é o caminho que o leva a reconhecer a importância das demonstrações em Matemática. (BRASIL, 1998, p. 71)

O exemplo 2 também pode ser usado para alcançar estes objetivos, já que ele possui diversos métodos de resolução que necessitam de justificativa para fazerem sentido.

Compete ao sexto e sétimo ano do ensino fundamental, com relação a Álgebra, que o aluno desenvolva e compreenda conceitos e procedimentos algébricos para evidenciar generalizações sobre os aspectos das operações aritméticas e padrões examinados em certas sequências numéricas; percepção

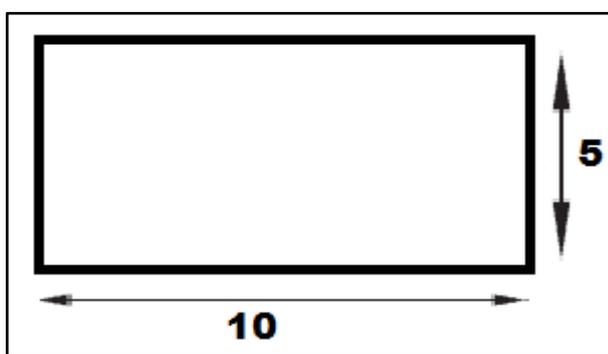
da ideia de variável pela interdependência da variação de grandezas; e por fim a elaboração de métodos para determinar o valor numérico de expressões algébricas triviais. BRASIL, 1998 p. 72)

Para se explorar esses conceitos e procedimentos é interessante trabalhar com questões similares ao exemplo abaixo.

### Exemplo 3:

Calcule a área da figura abaixo:

Figura 2: Retângulo



Fonte. Criação do autor pesquisador.

### Encaminhamento

Através desta atividades, é esperado que os alunos cheguem às formulas para o calculo de área e percebam como ocorre a variação de grandezas. Bem com o significado da fórmula  $A= b \times h$ .

Por conta da complexidade que identifica os procedimentos e conceitos algébricos, os PCNs não recomendam que haja um desenvolvimento minucioso, em cima das operações com expressões algébricas e das equações. O importante no sexto e sétimo ano do ensino fundamental é que os alunos tenham uma noção de variável e identifique que a expressão algébrica é um modo de interpretar a conexão entre duas grandezas. Caso o aluno se depare equações é indicado que ele seja incentivado a buscar caminhos para resolvê-las, deixando para o oitavo e nono ano do ensino fundamental as práticas mais tradicionais. (BRASIL, 1998, p.68)

No momento de avaliar o aluno do sexto e sétimo ano do ensino fundamental, o professor deve observar se o aluno é eficaz de ao operar

representações algébricas para explicitar generalizações, sobre as propriedades das operações aritméticas e padrões, construir estratégias para determinar o valor numérico de sentenças algébricas simples. (BRASIL, 1998, p. 76)

### **b) Álgebra no Oitavo e Nono Ano do Ensino Fundamental segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais**

A maioria dos alunos que chegam ao oitavo e nono ano do ensino fundamental possuem, certa aversão a matemática motivados por pensamentos desmotivadores, o que os leva a decorar fórmulas que não aprenderam e acabam não percebendo suas aplicações, gerando assim um pensamento de que estes estudos são praticamente inúteis. Estas atitudes acabam afastando os alunos de realizarem trabalhos utilizando a Álgebra, fazendo com que eles fiquem inseguros desinteressados em aprender. Os PCNs trazem algumas recomendações para superar estes desafios. Um deles é levar a história da Matemática para a sala de aula, a fim de despertar o interesse dos alunos. Cabe ao professor mostrar que a Matemática de uma forma geral faz parte do saber científico e possui um importante papel na sociedade moderna (BRASIL, 1998, p. 79)

Geralmente no oitavo e nono ano do ensino fundamental o destaque é dado para os conteúdos algébricos os quais em diversas situações são apresentados de forma mecânica, distanciando-se do cotidiano dos alunos e dos conteúdos ensinados nos ciclos anteriores. É relevante que quando trabalhado com tal ciclo se faça uma conexão dos conteúdos já trabalhados. (BRASIL, 1998, p. 81)

Para os Parâmetros Curriculares Nacionais, a Matemática que conhecemos foi desenvolvida com o objetivo de solucionar alguns problemas provenientes da vida cotidiana, este documento afirma que:

A História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática. (BRASIL, 1998, p.40)

Segundo os PCNs de 1998, na página 81, a Álgebra estudada neste ciclo por meio da exploração de situações de aprendizagem, tem como objetivos levar o aluno a:

- Gerar e explicar escritas algébricas (expressões, igualdades e desigualdades) discriminando as equações, inequações e sistemas;
- Esclarecer situações-problema através de equações e inequações do primeiro grau, assimilando técnicas de resolução.
- Verificar padrões e estabelecer leis matemáticas que desenvolvam a conexão de dependência entre as variáveis.

A “Pré-Álgebra”, que já foi tratada no ciclo anterior, na qual as concepções algébricas foram analisadas através de jogos, generalizações e conceitos matemáticos e não por recursos unicamente mecânicos, para defrontar as expressões e equações. Desta forma ao se ensinar Álgebra é importante trabalhar com problemas que tratem da linguagem e ideias matemáticas, sugerindo diversificadas situações-problema que tratem de diferentes funções da Álgebra (BRASIL, 1998, p.84). Um exemplo de problema que pode ser trabalhado é:

#### **Exemplo 4:**

No parque florestal teve um festival de abraços que contou com 20 participantes que abraçavam somente pessoas do sexo oposto. João abraçou sete garotas, Caio oito, Pedro nove, e assim sucessivamente até que Paulo abraçou todas as garotas que lá estavam. Quantas garotas participaram do festival?

#### **Encaminhamento**

Nesta situação-problema o aluno irá se deparar com funções algébricas e poderá resolvê-las de diferentes modos. Entretanto é importante que o professor atue como mediador nessa caminhada.

É possível trabalhar Álgebra por meio de atividades e problemas que abrangem conhecimentos geométricos, proporção, estatística, dentre outros conteúdos. É significativo que os alunos percebam estes vínculos, para afastar

pensamentos desmotivadores citados no início deste tópico. (BRASIL, 1998, p.84)

Em se tratando de Álgebra no oitavo e nono ano do ensino fundamental, o aluno deve desenvolver os conceitos algébricos, de equações, inequações do primeiro grau, fazendo o uso das propriedades da igualdade ou desigualdade, na criação de métodos para solucioná-las, tratando da definição das raízes descobertas em comparação com a circunstância proposta. Outro conceito que deve ser elaborado é a determinação de situações-problema por intermédio de um sistema de equações do primeiro grau, confeccionando múltiplos métodos para solucioná-los, até mesmo o da representação das equações no plano cartesiano, debatendo o significado das raízes reveladas em confronto com a situação proposta. Também se espera que os alunos adquiram o conceito de expressões equivalentes a uma expressão algébrica, através de fatorações e simplificações. E finalmente, se tem a expectativa de que os alunos resolvam situações-problema que podem ser solucionadas por uma equação do segundo grau, cujas raízes sejam obtidas pela fatoração. (BRASIL, 1998, p.87 e 88)

### **c) Referências Didáticas para os Anos Finais do Ensino Fundamental**

As referências didáticas presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais têm como objetivo, auxiliar o professor no momento em que ele for trabalhar determinados conteúdos em sala de aula, abordando particularidades unidas as circunstâncias em que se compõem os saberes matemáticos. Elas também examinam os modelos nos quais os alunos concebem suas erudições matemáticas. (BRASIL, 1998, p.95)

Na área da Álgebra este documento, salienta sua relevância na ampliação de seu conhecimento, sua habilidade de abstração e generalização. Mas diversos docentes não dão a devida importância a este assunto, o que culmina no fracasso de seus alunos em avaliações que vem sendo aplicadas em muitas instituições de ensino. (BRASIL, 1998, p. 115)

Alguns professores acabam dedicando tempo de suas aulas para a Álgebra, porém apenas repetições de exercícios. O que resulta no fracasso em outras áreas, como por exemplo, a geometria. (BRASIL, 1998, p. 116)

Outros professores, na ânsia de transformar a Álgebra mais significativa para seu público, acabam trabalhando ainda no ensino fundamental conteúdos que seriam vistos somente no ensino médio, porém esta prática é reprovada pelos PCNs. Sendo assim antes de o professor deliberar ações a respeito da Álgebra, ele deve primeiro compreender a importância deste conteúdo no currículo, ter discernimento do processo de aprendizagem matemática de seus alunos, essencialmente no que se refere à diversidade de representações. (BRASIL, 1998 p. 116)

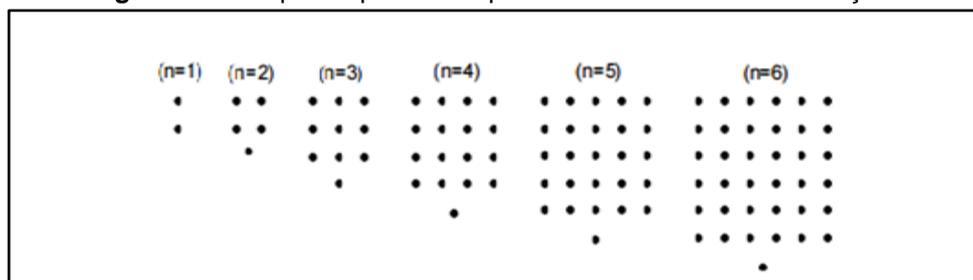
Para os PCNs será mais produtivo se o professor sugerir cenários que provoquem os alunos a incorporar noções algébricas por meio da apreciação de regularidade em tabelas e gráficos, firmando assim uma conexão. (BRASIL, 1998, p. 116)

Para melhor explorar esses conceitos é interessante trabalhar junto aos alunos questões similares ao exemplo abaixo.

### Exemplo 5:

As figuras abaixo estão organizadas dentro de um padrão que se repete. Mantendo essa disposição, a representação algébrica que representa o número de pontos  $N$  em função da ordem  $n(n=1,2,3,\dots)$  é:

**Figura 3:** Exemplo de problema que utiliza tabela na sua resolução.



Fonte: ([http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/8\\_matematica.pdf](http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/8_matematica.pdf))

### Encaminhamento:

O esperado, nesta atividade, é que o aluno lance mão de tabelas para conseguir solucioná-la e perceber a regularidade durante a tabulação dos dados. Entretanto o professor deverá agir como mediador levando os alunos a obterem essa percepção.

Também é preciso um trabalho planejado entre a Aritmética Generalizada, a Álgebra Funcional, as Equações e a Álgebra Estrutural durante o oitavo e nono ano do ensino fundamental para que exista uma assimilação dos conceitos e procedimentos algébricos, os PCNs denominam estas quatro áreas de Dimensões da Álgebra. (BRASIL, 1998, p. 117)

Como já dito, é recomendado que se introduza a Álgebra no oitavo e nono ano do ensino fundamental utilizando a “Pré-Álgebra”, pois ela auxilia no processo de consolidação e ampliação de noções e conceitos algébricos. Os PCNs recomendam que os professores estabeleçam situações que proporcione reconhecer e generalizar os aspectos das operações aritméticas. (BRASIL, 1998, p. 117)

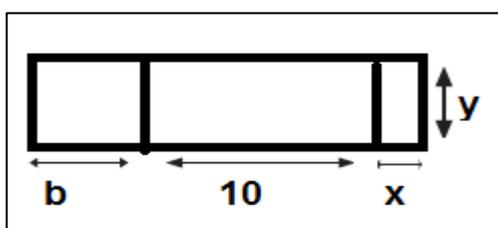
É importante sugerir circunstâncias que incentivem os alunos a investigarem os padrões, tanto em variações numéricas quanto em representações geométricas, detalhando simbolicamente através do dialeto algébrico as suas estruturas. Isto irá auxiliar o aluno a desenvolver a ideia de Álgebra como uma linguagem para representar regularidades e em alguns momentos identificar a equivalência entre determinadas expressões algébricas. (BRASIL, 1998, p 117)

Para melhor explorar alguns desses conceitos é interessante trabalhar junto aos alunos questões similares ao exemplo abaixo.

### **Exemplo 6:**

Observe a figura a seguir e represente a área dela por meio de duas equações algébricas equivalentes:

**Figura 4:** Atividade sobre equivalência.



Fonte: Criação do autor

### **Encaminhamento:**

Nesta atividade, ao buscar a solução, o objetivo é levar o aluno a usar conhecimentos de geometria empregando a fórmula do cálculo de área de

retângulos ( $A=b \times h$ ), e seus conhecimentos algébricos. O esperado é que o professor conduza seus alunos a chegarem na resposta correta.

Quando se refere à noção de variável, é perceptível que de modo geral, ela não é muito trabalhada no ensino fundamental, por conta disto diversos alunos terminam o ensino fundamental com a imagem de que as variáveis sempre significarão incógnitas. (BRASIL, 1998, p.118)

Vale frisar que no contexto deste trabalho, variável é um símbolo mutável que pode ser substituído por números, ela sempre estará associada a valores numéricos, ela se destaca dentro do currículo no momento em que se trabalha com funções. Enquanto a incógnita não é mutável, e é um símbolo que só pode ser substituído por um valor no caso de equações de primeiro grau, e por até dois no caso de equações de segundo grau, ela se destaca dentro do currículo no momento em que se trabalha, direta ou indiretamente, com equações.

A Álgebra se desenvolve muito bem dentro de outras áreas, os alunos poderão desenvolver as fórmulas para calcular a área, volume, determinar o número de diagonais de uma figura ou determinar a soma dos ângulos internos de um triângulo, e posteriormente aplicá-las. Com atividades voltadas para este campo é importante instigar os alunos a identificar regularidades, generalizar e aperfeiçoar a sua linguagem algébrica. (BRASIL, 1998, p. 118)

Problemas similares ao exemplo 6, deste trabalho, podem ser usado como modelo para o desenvolvimento destes conhecimentos, pois através dele o aluno desenvolverá as fórmulas para calcular a área da figura desenhada.

Os gráficos são importantes ferramentas em que a Álgebra pode ser estudada, e atualmente existem *softwares* que podem fazer a construção dos mesmos. Por meio de gráficos pode ser observada a variação entre duas distintas variáveis, além de ser uma porta aberta para o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação. (BRASIL, 1998, p. 119)

Para melhor explorar alguns desses conceitos é interessante trabalhar junto aos alunos questões similares ao exemplo abaixo.

### **Exemplo 7:**

Propor aos alunos fazerem uma pesquisa em grupo ou individualmente, no ambiente interior ou exterior da escola, buscando informações de um determinado tema e depois exporem seus dados em gráficos feitos manualmente e por *softwares*.

### **Encaminhamento:**

Cabe ao professor conduzir seus alunos na escolha de temas e na interpretação de seus dados. Esta atividade tem o objetivo de fazer com que os alunos construam tabelas e gráficos, tanto da forma manual quanto tecnológica utilizando o apoio de *softwares*.

## **3.2 Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**

A Base Nacional Comum Curricular para a Educação Básica é o resultado de um abrangente movimento de debates e conciliação com inúmeros atores da área educacional e com a sociedade brasileira em geral. Este documento aponta os Direitos e Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento que devem guiar a criação de currículos para as diferentes etapas de escolarização. Este documento surge em cumprimento de outras leis: (BRASIL, 2016, p.24)

A Base Nacional Comum Curricular é uma exigência colocada para o sistema educacional brasileiro pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Brasil, 1996; 2013), pelas Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica (Brasil, 2009) e pelo Plano Nacional de Educação (Brasil, 2014), e deve se constituir como um avanço na construção da qualidade da educação. (BRASIL, 2016, p.24)

Segundo a assessoria de comunicação social do Ministério da Educação, no tocante a Base Nacional Comum Curricular, ela afirma que este documento é:

[...] um conjunto de orientações que deverá nortear os currículos das escolas das redes pública e privada de ensino de todo o Brasil, trará os conhecimentos essenciais, as competências e as aprendizagens

pretendidas para as crianças e jovens em cada etapa da educação básica. O objetivo é promover a equidade e a qualidade do ensino no país por meio de uma referência comum obrigatória para toda a educação básica, respeitando a autonomia assegurada pela Constituição aos estados, municípios e escolas. ( BRASIL/MEC, 2016)

Este documento afirma que:

A Base Nacional Comum Curricular, no tocante à Matemática, também se aproxima dos Parâmetros Curriculares Nacionais, tendo em vista que esses documentos visam à construção de um referencial que oriente a prática escolar de forma a contribuir para que todos os estudantes brasileiros tenham acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite, de fato, sua inserção, como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura.( BRASIL, 2016, p.134)

Isto significa que a Base Nacional Comum Curricular, vem para ser mais um material que orientara a educação brasileira, trazendo um sentido de equidade para ela. Com orientações ano a ano que se inicia na Educação Básica e tem fim no Ensino Médio.

#### **a) A Álgebra Presente na BNCC**

Segundo a Base Nacional Comum Curricular, o pensamento algébrico apresentado no currículo dos anos iniciais do ensino fundamental, traz ideias de generalização, ideias de equivalência e ideias de regularidade. A equivalência é primordial para que os estudantes no futuro possam ter a noção de equação, o seu pensamento tem início através de atividades que envolvam a igualdade entre duas sentenças, exemplo:  $1+2=3$ . A regularidade, por sua vez, inicia-se quando o estudante passa a ordenar elementos que possuem qualidades comuns, e com isto eles desenvolvem as noções de ordem e padrões. (BRASIL, 2016, p.279)

A partir do quinto ano do ensino fundamental estas ideias se mantêm em desenvolvimento, porém o foco está no desenvolvimento intuitivo de funções através de atividades que trabalhem com a proporção entre grandezas, atividades como: (BRASIL, 2016, p.279)

Para melhor explorar alguns desses conceitos presentes a partir do quinto ano é interessante trabalhar junto aos alunos questões similares ao exemplo abaixo.

### **Exemplo 8:**

Se 30 balinhas custam R\$ 3,00, o preço de 60 balinhas será?

### **Encaminhamento**

Espera-se que os alunos utilizem conhecimentos de proporção para trabalhar essa atividade e desenvolver conceitos de função.

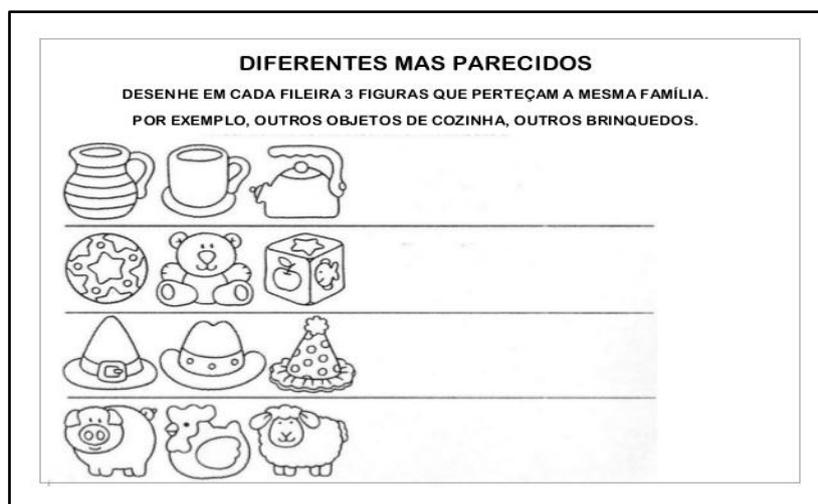
Para o primeiro ano do ensino fundamental a BNCC relata que o aluno deve aprender a organizar e ordenar imagens ou objetos parecidos, por meio de características, tais como cor, forma, dentre outros, conectando com o estudo de grandezas e medidas. Os alunos também devem inserir elementos omissos em sequências organizadas por números naturais, objetos familiares, figuras ou desenhos conforme as normas predeterminadas e esclarecidas. (BRASIL, 2016, p.280)

Para melhor explorar alguns desses conceitos presentes no primeiro ano é interessante trabalhar junto aos alunos questões similares ao exemplo abaixo.

### **Exemplo 9:**

Desenhe em cada fileira 3 figuras que pertençam a mesma família. Por exemplo, outros objetos de cozinha, outros brinquedos.

**Figura 5:** Diferentes, mas parecidos.



Fonte: (<http://pt.slideshare.net/dupis1248/atividades-educao-infantil-z>)

## **Encaminhamento**

Nesta atividade, para alunos do primeiro ano, o objetivo é fazer com que os alunos organize e ordene imagens com características comuns. Além disso, os alunos deverão fazer uma discussão sobre o que encontraram.

Para o segundo ano do Ensino Fundamental a BNCC diz que o aluno deve notar os primeiros indícios de regularidade e a identificar as regras que formam uma sequência numérica, ela afirma que:

Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente, começando por um número qualquer. Por exemplo: escrever até 15 de 2 em 2, começando do número 5, de modo a desenvolver a habilidade de perceber regularidades. Identificar e descrever regras de formação de uma sequência ordenada de números naturais para completar o número que falta, de modo a desenvolver a habilidade de generalizar. (BRASIL, 2016, p.280)

Já o terceiro ano do Ensino Fundamental deve aprender representar uma regra de composição, com sequências pautadas de números naturais resultantes das frequentes operações de soma e de subtração, de maneira a criar aptidão de notar regularidades e estabelecer generalizações. Eles também devem interpretar o conceito de igualdade para descrever sentenças desiguais de adição ou subtração dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.

Para o quarto ano a BNCC defende que os alunos devem desenvolver o cálculo mental e construir uma noção de equivalência, segundo este documento o aluno deve:

Identificar grupos de números para os quais as divisões por um determinado número resultem em restos iguais, para perceber que há regularidades nas divisões com resto, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade de cálculo mental. Identificar as relações inversas entre as operações de adição e subtração e de multiplicação e divisão para aplicá-las na resolução de problemas. Compreender que uma igualdade não se altera quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número em ambos os lados da igualdade, para construir a noção de equivalência. Determinar o elemento desconhecido que torna uma igualdade verdadeira, utilizando a ideia de equivalência, a partir de problemas. (BRASIL, 2016, p.281)

Para melhor explorar alguns desses conceitos presentes no quarto ano, é interessante trabalhar junto aos alunos questões similares ao exemplo abaixo.

### **Exemplo 10:**

Ligue os semelhantes:

**Figura 6:** Semelhantes

<b>2+3=</b>	<b>15-5=</b>
<b>5+2=</b>	<b>20-2=</b>
<b>6-5=</b>	<b>7-5=</b>
<b>10+1=</b>	<b>7-2=</b>
<b>9+9=</b>	<b>9+1=</b>
<b>7+2=</b>	<b>7+4=</b>
<b>5+5=</b>	<b>1+0=</b>
<b>3-1=</b>	<b>6+1=</b>

Fonte: **Fonte:** Criação do autor

### **Encaminhamento:**

Esta atividade tem por objetivo levar os alunos a realizarem cálculos mentais e desenvolvam noção de equivalência.

Para os alunos do quinto ano, neste documento, é esperado que os alunos aprendam o conceito de igualdade, construam uma noção de equivalência e comecem a identificar as relações em duas grandezas distintas. E além disso, os alunos deverão:

Compreender que uma igualdade não se altera ao se adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir ambos os lados da igualdade por um mesmo número, para construir a noção de equivalência. Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido. Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, ampliar ou reduzir ingredientes de receitas, escalas em mapas, entre outros. Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes de modo que uma parte seja o dobro da outra, para desenvolver a ideia de relação entre as partes e delas com o todo.( BRASIL, 2016, p.281)

E já no sexto ano, o aluno deverá aprender a identificar uma igualdade matemática ao se resolver operações. Ainda segundo a BNCC os alunos deverão:

Reconhecer que uma igualdade matemática não se altera ao se adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para encontrar valores desconhecidos e resolver problemas. Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas. (BRASIL, 2016, p.434)

Quando os alunos estiverem no sétimo ano aprenderão a trabalhar com a proporcionalidade e representar equações polinomiais de primeiro grau. Sendo assim os alunos terão a oportunidade de:

Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas em contextos significativos. Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis a forma, iniciando a compreensão da linguagem algébrica. (BRASIL, 2016, p.434)

A seguir apresentamos um exemplo de atividade que pode ser trabalhada, em sala de aula, com alunos do sétimo ano do ensino fundamental.

### **Exemplo 11:**

Resolva a equação:  
 $x + 3 = 6$

### **Encaminhamento:**

Nesta atividade, espera-se que os alunos encontrem o valor da incógnita, resolvendo a equação de primeiro grau.

Já no oitavo ano, eles passarão a resolver problemas polinomiais de primeiro grau e saberem representar os de segundo grau. Os alunos que estiverem cursando este ano poderão, segundo a BNCC:

Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por sistemas de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas, envolvendo situações do contexto próximo do/a estudante. Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau. (BRASIL, 2016, p.435)

Sendo assim, apresentamos uma atividade para ser trabalhada, com esses alunos, em sala de aula.

### **Exemplo 12:**

Resolva o sistema:

$$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x - 3y = 12 \end{cases}$$

### **Encaminhamento:**

Neste problema, o objetivo é levar os alunos a resolverem o sistema de equações polinomiais justificando sua solução.

E por fim o nono ano, os alunos deste período terão a oportunidade de associar equações lineares com duas variáveis a gráficos no plano cartesiano, reconhecer função como dependência entre duas variáveis que poderão ser representadas tanto na forma algébrica quanto na gráfica, assim como trabalhar com proporcionalidade entre grandezas e resolver problemas polinomiais de segundo grau. Conforme a BNCC os alunos deverão ter a oportunidade de:

Associar uma equação linear de 1º grau com duas variáveis a uma reta no plano cartesiano e relacionar a solução de sistemas de duas equações do 1º grau com duas variáveis a sua representação geométrica. Reconhecer função como uma relação de dependência entre duas variáveis que pode ser representada nas formas algébrica e gráfica, utilizando essa noção para analisar e compreender situações que envolvem relações funcionais entre duas variáveis. Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas. Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, a partir de suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau. (BRASIL, 2016, p.435)

No nono ano poderão ser trabalhados problemas semelhantes ao exemplo 13:

### **Exemplo 13:**

Resolva e esboce o gráfico da seguinte equação,  $X+2=Y$ .

## **Encaminhamento**

Nesta atividade o esperado é que o aluno faça uso de métodos de resolução de problemas adquiridos até o momento, com o objetivo de atender o que a atividade pede. Por meio deste problema, o aluno terá a oportunidade de assimilar uma equação linear de duas variáveis a uma reta no plano cartesiano.

### **3.3 Considerações Preliminares**

Os Parâmetros Curriculares Nacionais foram criados e pensados para cada faixa etária dos alunos, pois em seu desenvolvimento apresentam o perfil desse público e como agir em cada um dos ciclos. Nesta perspectiva, a educação em ciclos de formação humana se encaixa perfeitamente, no sentido de que os alunos não são retidos, preservando a faixa de idade para cada ciclo, e conseqüentemente, os conteúdos programados podem atingir o público alvo conforme o planejado.

Analisando a BNCC e os PCNs, percebemos que as principais diferenças entre elas é que a BNCC está sendo pensada para uma educação Integral levando em consideração o que está disposto nas diretrizes curriculares nacionais. Além disso, contém orientações para a educação brasileira, divididas ano a ano desde a educação básica até o Ensino Médio. bem como, orientações de ensino-aprendizagem relativa a cada período. Já os PCNs não possuem suas orientações divididas ano a ano, mas sim por ciclos com objetivos mais gerais para cada período.

Ao considerar a prática em sala de aula, o professor deve buscar caminhos que levem seus alunos a pensar a álgebra como uma ferramenta matemática significativa na resolução de problemas. Um dos caminhos é trabalhar com uma abordagem histórica.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao realizar esta pesquisa nosso objetivo era o de analisar os aspectos da Álgebra presentes no currículo do Ensino Fundamental Brasileiro. A revisão bibliográfica viabilizou o que almejávamos com a pesquisa. Com relação a isto, os aspectos de maior destaque foram:

- Criação de diferentes conceitos para um único problema;
- Elaboração de métodos de Generalização;
- Estabelecer relações entre expressões numéricas;
- Representação de equações e inequações;
- Assimilação dos alicerces aritméticos de uma situação-problema;
- Noção de equivalência entre equações;
- Desenvolvimento da noção de Variável;
- Relação entre duas grandezas;
- Desenvolvimento do raciocínio algébrico;
- Modelação.

Com relação aos aspectos do pensamento algébrico, presentes nos PCNs e na BNCC, os que ficaram em evidências em ambos os documentos são:

- Generalização: Por meio da generalização os alunos poderão distinguir padrões sequências de figuras e números, além de resolverem questões que envolvem o uso de padrões e de simplificação.
- Raciocínio: Através do desenvolvimento do raciocínio lógico alunos poderão aprender os conceitos matemáticos e suas propriedades, além de resolverem questões que fazem o uso de símbolos.
- Pensamento crítico: Ao desenvolverem este pensamento crítico os alunos irão solucionar equações fazendo o uso de métodos intuitivos e por operações inversas.

- Pensamento criativo: Por meio do desenvolvimento do pensamento criativo os alunos irão resolver problemas fazendo o uso da proporcionalidade direta e do método de tentativa e erro.
- Modelagem: Através do desenvolvimento da modelagem os alunos desenvolverão a aptidão de criar um problema conectado a uma expressão dada, além de modelar certas questões fazendo o uso de figuras ou de diagramas.
- Organização: Por meio da organização os alunos irão classificar e resolver situações fazendo o uso de tabelas ou de um método de dedução lógica.

Exploramos algumas considerações acerca do pensamento algébrico e concluímos que ele se fundamenta no desenvolvimento de métodos para resolver problemas matemáticos e entendemos que ele pode ser apresentado de várias formas aos alunos. Porém, as mais comuns são através de situações-problema, ligadas ou não ao cotidiano dos alunos, ou por meio de problemas históricos da matemática.

Quando analisamos a História da Matemática, constatamos que a matemática desenvolveu-se através da resolução de problemas que apareciam no cotidiano das pessoas. Nesta mesma linha, notamos que os PCNs enfatizam a importância de se buscar levar a matemática para dia a dia dos alunos. Ainda se tratando de história, através deste trabalho percebemos a importância de abordá-la em sala de aula, pois desta forma aumentaremos as chances de despertar o interesse dos alunos pela matemática incitando sua curiosidade, coisa que não conseguiremos se nos prendermos a aulas mecânicas.

No que tange aos Parâmetros Curriculares Nacionais percebemos que eles foram criados e pensados para cada faixa etária de alunos, pois em seu desenvolvimento eles apresentam o perfil do público alvo e ações que podem ser tomadas em cada um dos ciclos, nesta perspectiva, a educação em ciclos de formação humana se encaixa perfeitamente no sentido de que os alunos não são retidos, e preservam a sua faixa de idade que se mantém correta para cada ciclo, e conseqüentemente, os conteúdos programados podem atingir o público alvo conforme o planejado.

Ao fim deste trabalho, externamos o mesmo pensamento de Laier (2014, p.153) adaptado para esta pesquisa. Onde temos em nossas considerações que outras dinâmicas poderiam ser trilhadas para revelar outros aspectos, mas que na circunstância e âmbito da nossa pesquisa não ocorreram. Assim, externamos a pretensão de continuarmos com as discussões, em pesquisas futuras, que consiga nos dar dados mais completos no tocante aos aspectos do pensamento algébrico. A pesquisa adequa-se ao argumento de que tudo pode ser modificado, porém, se sujeita a perspectiva de quem a examina, lê, aprecia.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAIOCCO, J.S. **Relação Entre a Álgebra Aprendida na Licenciatura e a Álgebra Ensinada na Educação Básica**. Monografia. 2010. Universidade Integrada do Alto Uruguai e das Missões-Campus De Erechim. 2010

BAUMGART, J. **História da Álgebra**. Trad. Higino H. Rodrigues. São Paulo: Atual. (Tópicos de história da matemática para o uso em sala de aula, 4). 1992. <<https://www.passeidireto.com/arquivo/26181080/algebra---john-k-baumgart>> Acessado em 15 de janeiro de 2017.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Proposta Preliminar. 2º versão. Brasília. Abril de 2016

BRASIL/MEC. **Mec Apresenta ao CNE avanços da Base Nacional Comum Curricular na Etapa Final de Elaboração**. Assessoria de Comunicação Social, Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/211-218175739/44461-mec-apresenta-ao-cne-avanco-da-base-nacional-comum-curricular-na-etapa-final-de-elaboracao> > Acessado em 15 de janeiro de 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CANAVARRO, A.P.. **O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos**. Quadrante Revista de Investigação em educação matemática, Vol. XVI, nº 2, p. 81-118. Disponível em: <[https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/4301/1/Quadrante\\_vol\\_XVI\\_2-2007-pp000\\_pdf081-118.pdf](https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/4301/1/Quadrante_vol_XVI_2-2007-pp000_pdf081-118.pdf)> Acessado em 15 de janeiro de 2017.

FONSECA, J. J. S. Metodologia da pesquisa científica. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

GIL, A.C. **Métodos e técnicas de pesquisa social** . 6º ed. São Paulo: Atlas, 2008

LAIER, S.S.S. **Álgebra e Aspectos do Pensamento Algébrico: Um Estudo com Resolução de Problemas na Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática – UFMT/SINOP**. Dissertação, 2014. (Mestra em Educação em Ciências e Matemática). Universidade Federal de Mato Grosso. 2014.

LAUAND, J. Ciência e Weltanschauung - **A Álgebra como Ciência Árabe**. Revista de Gistianraduação da Engenharia Química No. 11, jan-jun-2003, São Paulo, Mandruvá, pp. 33- 46. Disponível em: <<http://www.hottopos.com.br/notand5/algeb.htm>> Acessado em: 15 jan. 2017.

Kieran, C. **What do we know about the teaching and learning of Algebra in the elementary grades?** 2007, Disponível em: <[http://www.nctm.org/uploadedFiles/Research\\_News\\_and\\_Advocacy/Research/Clips\\_and\\_Briefs/research%20brief%202007%20early%20algebra.pdf](http://www.nctm.org/uploadedFiles/Research_News_and_Advocacy/Research/Clips_and_Briefs/research%20brief%202007%20early%20algebra.pdf)> Acessado em: 15 jan. 2017.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. 4. Ed. Campinas, SP: Papyrus, São Paulo, 2001. Disponível em: <[https://books.google.com.br/books?id=qZaTczUh6m0C&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs\\_ge\\_summary\\_r&cad=0#v=onepage&q&f=false](https://books.google.com.br/books?id=qZaTczUh6m0C&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false)> Acessado em 15 de janeiro de 2017.

MACLANE, S.; BIRKHOFF, G. **Algebra**. Nova Iorque: Macmillan Co., 1967.

ODI, L. A. S. **Prática Pedagógica no Cotidiano da Escola: Reflexão sobre o Ciclo de Formação Humana no Sistema Público Municipal de Ensino de Rondonópolis – MT**. Dissertação, 2013. (Mestra em Educação). Universidade Federal de Mato Grosso. 2013

PONTE, J. P . **Números e Álgebra no currículo escolar**. In: I. Vale; A. Barbosa; L. Fonseca; L. Santos; P. Canavarro (Eds.). Números e álgebra na

aprendizagem da Matemática e na formação de professores. Lisboa. SEM-SPCE, 2006, p. 5-27. Disponível em: <[http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4525/1/06-Ponte\(Caminha\).pdf](http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4525/1/06-Ponte(Caminha).pdf)>  
Acessado em 15 de janeiro de 2017.

PONTE, J. P., BRANCO, N., & MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Editora DGIDC, Lisboa, 2009

SAMPIERI, R.H., COLLADO, C.F., LUCIO, P.B. **Metodologia de Pesquisa**. McGraw-Hill, 3. Ed., São Paulo, 2006.

VAILATI, J.S.; PACHECO, E.R. **Usando a História da Matemática no Ensino da Álgebra**, 2008: Disponível em <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/702-4.pdf>>  
Acessado em 15 de janeiro de 2017.