UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO

CÂMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP

INSTITUTO DE CIÊNCIAS NATURAIS, HUMANAS E SOCIAIS

CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA – MATEMÁTICA

COMPARTILHAMENTO DE SIGNIFICADOS SOBRE IRRACIONALIDADE EM UM GRUPO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

DAIANE MARIA LERMEN

SINOP - MT

2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
CÂMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
INSTITUTO DE CIÊNCIAS NATURAIS, HUMANAS E SOCIAIS
CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA – MATEMÁTICA

COMPARTILHAMENTO DE SIGNIFICADOS SOBRE IRRACIONALIDADE EM UM GRUPO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Daiane Maria Lermen

Monografia apresentada como componente curricular de Monografia II, como requisito parcial à conclusão do Curso de Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática – Matemática

SINOP - MT
2017

Orientador: Prof. Dr. Edson Pereira Barbosa

Instituto de Ciências Naturais, Humanas e Sociais

UFMT – Câmpus Sinop

Daiane Maria Lermen

COMPARTILHAMENTO DE SIGNIFICADOS SOBRE IRRACIONALIDADE EM UM GRUPO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Monografia aprovada como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Ciências Naturais e Matemática – Habilitação em Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso, Câmpus Universitário de Sinop, pela comissão formada pelos professores:

Prof. Dr. Edson Pereira Barbosa

Instituto de Ciências Naturais, Humanas e Sociais

UFMT – Câmpus Sinop

(Orientadora)

Prof. Dr. Mazílio Coronel Malavazi

Instituto de Ciências Naturais, Humanas e Sociais

UFMT – Câmpus Sinop

(Membro)

Prof. Dr. Eberson Paulo Trevisan

Instituto de Ciências Naturais, Humanas e Sociais

UFMT – Câmpus Sinop

(Membro)

Sinop, 15 de dezembro de 2017

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho ao meu Deus. Fonte de toda sabedoria e conhecimento meu guia a todo momento. À Cacilda Catarina Melchiores Lermen e Marlene Maria Lermen, pessoas humildes e simples, que apesar de todas as dificuldades conseguiram dar o que há de mais preciso para um filho: educação, a simplicidade do amor, a ética do respeito e a humildade de partilhar. E aos meus irmãos que vi crescer, chorar e sorrir, meus verdadeiros amigos e grandes amores, que tiveram grande contribuição na execução deste trabalho, me motivando sempre.

AGRADECIMENTOS

Por acreditar que só o esforço individual não garante o sucesso, posso salientar que esse trabalho nasce de significativas contribuições que recolhi durante minha trajetória acadêmica e minha convivência com a sociedade, ao lidar com pessoas e instituições que foram fundamentais a essa construção. Consciente de que é impossível listar todos que de uma forma ou de outra me acrescentaram conhecimentos e experiências essenciais à formação profissional e aos traços morais. Gostaria de começar agradecendo ao meu guia, Deus, pela oportunidade de existir, de me iluminar e me dar tranquilidade para seguir em frente com os meus objetivos. Agradeço a Ele também por manter a minha avó ao meu lado, com a saúde que ela está hoje, por ela ter entendido as minhas faltas em momentos de afastamento e reclusão aos estudos.

Agradeço a minha mãe, é para quem eu dedico todos os dias da minha vida, que sempre me mostrou o quanto era importante estudar, mesmo ela, não tendo a mesma oportunidade no passado, por ser modelo de caráter e de força para buscar a realização dos sonhos, pelo exemplo de determinação e amor incondicional. E aos meus irmãos pelo apoio, compreensão e respeito durante os momentos que tive que me ausentar em função dos estudos, com quem passei por muitos e muitos momentos de felicidade, e companheirismo durante noites enquanto trabalhava, fingindo ser plateia para eu ensaiar, agradeço por sempre acreditar e incentivar meus sonhos.

Meu agradecimento especial ao Prof. Dr. Edson Pereira Barbosa, meu orientador estimulador e sábio professor que admiro, pessoa mais determinada que conheço, me ensinou e ensina muito do que é ser professor, suas aulas são mais do que palavras são ensinamentos e alicerces para minha vida inteira. Tenho a consciência da importância que teve e tem para mim não só na condução do trabalho, mas também pelos inúmeros conselhos dados ao longo

caminho. Assim agradeço pela postura humana, ética e imparcial, em todas as questões pertinentes a minha graduação e agradeço por sua cumplicidade e responsabilidade direta na construção deste trabalho.

À querida Professora Andréia, agradeço a confiança, o carinho e todas as palavras de incentivo, e particularmente em relação à área da educação - preciso expressar meu agradecimento por ter convivido e aprendido com pessoas como Eberson Paulo Trevisan, Mazílio Coronel Malavazi, Fábio Nascimento Fagundes, Elizabeth Quirino de Azevedo, Simone Simionato dos Santos Laier, Geslane Figueiredo da Silva Santana, Rubens Pazim Carnevarollo Junior e Herbert Wesley Azevedo, agradeço a todos eles pelos ensinamentos que passaram desde o 1° semestre, os quais foram, são e serão muito importantes para mim e para a minha vida profissional, saibam que vocês tornaram tudo isso possível, vocês são exemplos de profissionais e grandes mestres.

Um agradecimento especial merece ser feito aos meus colegas de graduação, alguns deles já formados, com quem tenho tido a oportunidade de unir uma convivência agradável, companheira e produtiva, vivenciamos momentos de estudo, trocas constantes de conhecimento, de escrita e de tensão no decorrer desta jornada, que nos serviu e tem nos servido de grande aprendizado, demonstramos que juntos resistimos, somos mais que vencedores. Obrigada pelas brincadeiras e diálogos que me fizeram sorrir mesmo nos piores momentos.

A Miriam, por ser o meu primeiro modelo de um bom professor, obrigada pelas palavras em 2008 “acredito no seu dom de ensinar e transformar”, seu papel foi decisivo e fundamental para minha formação profissional e pessoal.

A gradeço ao professor Heber Mafra pela oportunidade de poder exercitar papéis verticalmente opostos, já que de aluna passei a ser tutora e monitora, e ter a grata surpresa de ser acolhida com graça, cordialidade e respeito, pelos tutorandos, agradeço aos alunos por me motivar a cada aula, com os quais conversamos semanalmente nos nossos encontros sobre competências e métodos educacionais. Com eles aprendi o verdadeiro valor das palavras na educação, o espírito de trabalho, amadurecimento profissional e relações de grandes diálogos.

Entre as instituições com as quais me relacionei e muito aprendi, preciso registrar a Escola Estadual Professora Edeli Montovani, onde tive o prazer de estudar por mais de quatro anos, assim agradeço a instituição que me confiou minhas práticas de estágio nos últimos anos.

Enfim, a todos os professores que no decorrer do curso ajudaram na construção profissional e pessoal, que iluminaram meu caminho pela longa estrada do conhecimento, obrigada pela dedicação e por estarem presentes nesta etapa de minha vida.

“Quando você cresce, você tende acreditar que o mundo é o que é, que sua vida é apenas viver dentro desse mundo, mas essa é uma vida muito limitada a vida pode ser muito mais, ai você descobre um simples fato, e esse fato é que tudo ao seu redor que você chama de vida foi inventado por pessoas, seres humanos iguais a você, você pode mudar e influenciar tudo, pode construir suas próprias coisas, é só esquecer essa ideia equivocada que a vida está ai, e que você só vai passar por ela, ao invés, devemos agarrá-la, modificá-la, incrementá-la, deixar sua marca nela, quando aprender isso você nunca mais será o mesmo. Muitas vezes eu me pego perguntando qual o motivo que nos faz lutar todos os dias enfrentando filas, trânsitos e trabalhar dias inteiros, tenho a perfeita clareza que o motivo é que vivemos nesse mundo para nos alegrarmos e é dessa forma que você deve procurar viver todos os dias seja no trabalho em casa com sua família com seus amigos.”

Steve Jobs

SUMÁRIO

RESUMO 11
ABSTRACT 12
INTRODUÇÃO 13
CAPÍTULO 1 16
1.1. REFERENCIAL TEÓRICO 16
CAPÍTULO 2 23
2.1. OBJETIVOS 23
2.2. METODOLOGIA 23
CAPÍTULO 3 27
3.1. RESULTADOS E DISCUSSÕES 27
4. CONSIDERAÇÕES 48
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 51

RESUMO

Neste trabalho temos como objetivo apresentar uma leitura de processos de produção de significados a respeito de irracionalidade, postos em movimento durante a discussão de uma das atividades desenvolvidas num encontro vídeo gravado com cinco professores de Matemática da Educação Básica. Para a análise das gravações em áudio e vídeo e anotações produzidas pelos professores, nos apoiaremos no Modelo dos Campos Semânticos, em especial na noção de leitura plausível, que busca a leitura do outro pelo que ele tem, compreendendo suas legitimidades e não olhá-lo pelo erro, pela falta. Das análises, destacamos como importantes à formação de professores de matemática o exercício do estranhamento e do descentramento, onde os professores tiveram oportunidades de se colocarem no lugar dos seus alunos e de refletirem sobre suas práticas em sala de aula, considerando que em determinadas situações operamos em diferentes planos de significação, campos semânticos. No esforço de explicitar as legitimidades que acreditamos que os professores usaram produzimos pequenos textos nos quais construímos aproximações ao jardim dos matemáticos, à sala de aula e à rua. Ao final consideramos interessante a criação de grupo de trabalho como espaço para que os professores se envolvam e conheçam ambientes nos quais as atividades de ensino são organizadas no sentido da produção e compartilhamento de significados matemáticos e não matemáticos.

Palavras-chave: Descentramento; Estranhamento; Modelo dos Campos Semânticos e Produção de significados.

ABSTRACT

In this work, send a report of processes of production of meanings about irrationality, set in motion during a discussion of one of the activities developed in a video gramed meeting with five teachers of Mathematics of Basic Education. For an analysis of audio and video recordings and annotations produced by teachers, our databases are not available, you seek a reading of the other for what he has, understands his legitimacies and not look at him by mistake, by lack. From the analyzes, detachments are important in the formation of teachers of mathematics or exercise of strangeness and descriptive, where teachers have opportunities to put themselves in the place of their students and reflections on their practices in the classroom, considering that in certain situations operating in different planes of signification, semantic fields. There is no explicit effort as legitimations that we believe in which teachers have used small texts in which we construct approximations to the garden of mathematicians, the classroom and the street. At the end we consider interesting the creation of a working group as a space for teachers to get involved and to know environments in which as teaching activities are organized towards the production and sharing of mathematical and non-mathematical meanings.

Keywords: Decentralization; Strangeness; Model of Semantic Fields and Meaning Production

INTRODUÇÃO

A busca que constitui o movimento desse trabalho é fomentada pelo desejo de compreender como professores que ensinam matemática em um grupo de trabalho enfrentaram os problemas matemáticos do cotidiano da sala de aula. O presente trabalho é vinculado ao Projeto de Pesquisa *O uso de categorias do cotidiano para o desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática*, contemplado no Edital CNPq – Projeto Universal – N° 14/2014[1], desenvolvido pelos membros do Grupo de Pesquisa e Desenvolvimento em Educação Matemática (UNESP – RC), Sigma-t[2].

O principal problema abordado no projeto de pesquisa é a realidade educacional vivenciada nos cursos de Licenciatura em Matemática, no que tange a desarticulação entre teoria e prática, trajada na centralização de conhecimentos teóricos intransigíveis que pressupõe haver uma priorização abancada apenas na legitimidade de uma única produção de significado que caracteriza a *matemática do matemático* (LINS, 2004; LINARDI, 2016; OLIVEIRA, 2011).

Segundo Oliveira (2011), essa priorização pode influenciar em problemas a serem enfrentados nas práticas pedagógicas, um exemplo é o processo complexo conhecido como recontextualização, que muitas vezes, é desvinculado de contextos culturais específicos que lhes deem sentido, ou seja, decentralizada da realidade do aluno, mas não basta também, usar o que se faz no cotidiano como pretexto para apenas estudar os conteúdos específicos da matemática escolar, servindo a ela mesma sem significado para o aluno. Por exemplo, a pergunta tradicional "mas para que serve a matemática?", tem sempre respostas vindas do

[1]EDITAL UNIVERSAL - MCTI/CNPq N º 14/2014, em que cinco Universidades fazem parte: UFMS -Campo Grande (MS), UFSJ - São João del-Rei (MG), UNIFESP - Diadema (SP), UFMT – Sinop (MT) e Uni pampa - Bagé (RS).

[2]Grupo de Pesquisa e Desenvolvimento em Educação Matemática liderado pelo professor Romulo Campos Lins (Unesp/Rio Claro), registrado no Diretório de Grupos de Pesquisa do CNPq. Para mais detalhes do grupo acessar o sítio: www.sigma-t.org.

interior da matemática e da matemática escolar, mas tipicamente afastadas da realidade do mundo social.

Na verdade, não trata-se apenas de trazer o assunto para a vida diária dos alunos, mas mais do que isso, significa colocar o conteúdo estudado dentro de um universo em que ele faça sentido, de maneira que o aluno possa usufruir do mesmo para contribuir ou até mesmo modificar a sociedade em que vive. Estudar no sentido adotado nesse trabalho é envolver-se em uma atividade na qual o sujeito possa compartilhar modos de produção de significados, matemáticos e não matemáticos.

O projeto foi organizado com os objetivos de formular atividades que permitissem o tratamento de categorias do cotidiano voltadas à formação de professores de Matemática. Estudar e discutir junto aos professores da educação básica, suas visões acerca dessas atividades. Tais atividades foram produzidas em conjunto por pesquisadores de Instituição de Ensino Superior - IES vinculadas a um projeto de pesquisa, e nesse trabalho em particular, analisaremos uma dessas atividades aplicada pela Universidade Federal de Mato Grosso no *campus* de Sinop.

As atividades elaboradas com base em categorias do cotidiano apresentam como principal fundamentação teórico-metodológico os Modelos dos Campos Semânticos (MCS) (LINS, 1999; 2008; 2012). O MCS oportuniza uma maneira de pesquisadores fazerem leituras, interações e intervenções nos modos de produção de significados de professores, assim tornando útil para produção e análise dos dados da pesquisa.

As discussões e os dados nos permitirão, avaliar mudanças nas falas dos professores participantes dos grupos de trabalho, investigar as posturas de professores frente a atividade, e indagar as potencialidades de atividades relacionadas às categorias do cotidiano no trabalho em sala de aula (VIOLA DOS SANTOS, 2014).

O trabalho está dividido em três capítulos. No primeiro apresentamos as referências teóricas, em particular, o Modelo de Campos Semânticos e algumas de suas noções básicas – significado, espaço comunicativo, texto, leitor, autor, direção, leitura plausível descentramento e estranhamento – no segundo capítulo definiremos nossos objetivos, bem como a postura metodológica adotada para produção e análise dos dados - no terceiro capítulo apresentamos nossas leituras do que os professores dizem no encontro e, principalmente, procuramos seguir nas direções indicadas pelos professores com a intenção de conhecer as legitimidades deles. As legitimidades do que os professores apresentariam estão enunciadas nos quadros nomeados como “Aproximando do Jardim dos Matemáticos”, “Aproximando da Sala de Aula” e “Aproximando da Rua”. E, ao final enunciamos nossas considerações a respeito da experiência de realizar essa leitura.

Capítulo 1

1.1. REFERENCIAL TEÓRICO

O Modelo de Campos Semânticos (MCS), incorpora ideias do pensamento de Vygotsky (1993, 1994) e Leontiev (1984), é constituído como um modelo epistemológico. Os elementos ou noções relevantes do MCS, que são usuais quando nos referimos ao ensino e aprendizagem, são definidos por Romulo Campos Lins em suas obras, como: leitura plausível; enunciação; significado; conhecimento; autor-texto-leitor; interlocutor; espaço comunicativo; legitimidade.

Como esboço dessas ideias começaremos discutindo que no Modelo de Campos Semânticos, não existe a ideia de comunicação efetiva, promovida por um emissor, um receptor e uma mensagem, e sim por um Autor, Leitor e Texto, não necessariamente nessa ordem, uma enunciação é feita por um autor, e o conhecimento é do domínio da enunciação, esse autor fala sempre na direção de um leitor, que é idealizado como ser cognitivo não biológico, todo enunciador apresenta justificativas para produzir legitimidade de sua enunciação, o Leitor também produz significado para a enunciação de um autor, mas agora o leitor é um ser biológico, e um autor o ser cognitivo que existe somente para o leitor. A comunicação acontece quando as direções de um leitor e um autor (seres cognitivos) coincidem Lins (1999, p.87).

Como toda enunciação é dita em direção a um interlocutor, o envolvimento entre interlocutores é realizado em um mesmo espaço comunicativo, dito como não físico, mas no campo da cognição, quem fala leva em consideração o que pensa e que se constitui como “verdadeiro”, ou seja, a própria enunciação que o faz existir garante que ele é verdadeiro para alguém, de modo que ocorra o rompimento com as noções absolutas de verdade, isso nos permite tomar decisões sobre enunciações, aceitando-as ou não como legitimas, de modo, que quando ocorre a produção de significados, que é aquilo que digo de algo, é a coisa que é definida sobre o objeto no interior de uma atividade, implica na produção de novos conhecimentos. (LINS, 1999, p.86). Segundo SILVA (2003, p. 09), “os objetos são constituídos enquanto tal, através do que o sujeito diz que eles são”. Com isso, quem define o objeto é o sujeito durante sua produção de significados.

Logo, conhecimento é tipo como uma crença-afirmação, ou seja, caracterizado por uma afirmação, algo que o sujeito acredita e expressa e que possa ser justificado, de modo que o ser cognitivo possa dar legitimidade a essa enunciação, bem como uma enunciação pode ter justificativas distintas, concretizando conhecimentos diferentes, isso reafirma que o “conhecimento é algo do domínio da enunciação”, ou seja, partir desta definição de conhecimento é possível afirmar que duas pessoas que dizem a mesma coisa na verdade estão produzindo conhecimentos diferentes se suas justificações são diferentes. (LINS, 1999, p. 88).

Para o modelo epistemológico, um resíduo de enunciação é algo que acredita que foi dito por alguém (um autor), entendendo-se que não há conhecimento, por exemplos, nos livros pois neles há apenas resíduos de enunciação, “é preciso a enunciação efetiva daqueles enunciados para que eles tomem parte na produção de conhecimentos” (LINS, 1999, p. 89).

A questão da legitimidade é fundamental no MCS, pois privilegiamos processos de produção de significado de forma a internalizar as legitimidades, e não o conteúdo ou os métodos sobre os quais se pondera. Lins (1999, p.87), ou seja, a formação matemática do professor precisa ser pensada em termos de processos de produção de significados que ocorrem no interior das salas de aula de matemática desses professores, e não em termos de conteúdos matemáticos.

A matemática do matemático é um modo de produção de significado, caracterizada pela sua forma “teórica” e “abstrata”, pois é constituinte de um internalismo, onde suas leis ou assuntos internos não dependem e não são aplicadas ao mundo concreto ou físico, bastando estar de acordo com os modos legítimos de produção de significados dessa própria matemática, e também é simbólica, pois seus objetos são conhecidos somente em suas propriedades, (OLIVEIRA, 2011). Para muitos a mesma matemática é vista como um conjunto de enunciados formalizados de precisão e rigor, do domínio de um sujeito pré-estabelecido, por ser tal como é, muitas vezes é considerada monstruosa, não natural, desconhecida por vários e vista como não sendo do nosso mundo real ou cotidiano.

A chamada matemática da escola (LINS & GIMENEZ, 1997), é definida por envolver legitimidades distintas que produzam outros modos de significados, muitos deles influenciados pela matemática do matemático, já a matemática popular é a que utilizamos no nosso cotidiano é referenciada a outros modos de produção de significados, a passo que se tornem legítimos.

Em um aspecto mais abrangente o que temos na rua e na escola é a coexistência de legitimidades diferentes, não que uma tenha maior peso em relação a outra. De modo que, implementar práticas docentes em um espaço formativo no qual os processos de produção de significados – e não os conteúdos matemáticos – sejam centrais ao seu desenvolvimento e totalmente enriquecedor para o aluno, é importante para formação do professor discuti-las, visto que, discutindo-as, poderá percebê-las nas práticas que realizar em sala de aula.

Embora entendamos que modos distintos de produção de significado devam estar presentes nas discussões em sala de aula, ainda existem muitos entraves, um deles inicia-se com a formação docente, pautada em conteúdos específicos, muitas vezes acontece privilegiando certos modos de produção de significados, os quais compreendem a matemática do matemático, (LINS, 2004; LINARDI, 2006; OLIVEIRA, 2011), o mesmo vem ocorrendo com a matemática da escola que passou a centrar seus significados favorecendo a matemática do matemático como um domínio verdadeiro e confiável, formalizando tanto para o professor como para o aluno um estranhamento entre a matemática acadêmica com relação a matemática da rua, não que desconheçam-se, mais, desconsiderem-se uma a outra de forma mútua, como uma tomada de negação por suas legitimidades.

> [...] do mesmo modo que a escola proíbe os métodos da rua – em geral chamando-os de informais, e dizendo que são de aplicação limitada –, a rua proíbe os métodos da escola, chamando-os de complicados e sem significado, e dizendo que não são necessários na rua. (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 17).

Lins (2004), defende que muitas das vezes a matemática do matemático é vista como um monstro, pois esse estranhamento torna os monstros perceptíveis, é dito que monstros não são desse mundo e nem mesmo seguem as regras desse mundo, não sabemos como derrota-los e acabamos correndo e ficando as margens do Jardim do Matemático, onde os matemáticos estão praticando a Matemática, vista como internalista e simbólica também é vista por muitos como monstros que os paralisam, o papel do professor é transformar esse monstro monstruoso em um monstro de estimação, pois muitas vezes o fracasso de tantos, com relação à Matemática, escolar é dada pela recusa de se aproximar do monstro.

Segundo Lins (2004, p.14), "o tornar-se é *naturalmente* possível: nem sempre o matemático foi um matemático, ele *tornou-se* um. Podemos idealizar este processo pressupondo que ele aconteceu por causas naturais - "o jeito para a coisa", "a inteligência", mas podemos também supor que houve oportunidades específicas", para tornar o tornar-se possível, no sentido de quebrar barreiras ou fronteiras do estranhamento é necessário pensar em outras maneiras de organizar e promover práticas educativas, nas quais os professores de Matemáticas em formação inicial ou continuada tenham oportunidades de perceber modos de produção de significados distintos como legítimos e de vivenciar esse estranhamento.

Os professores ao se aproximarem dos alunos e dar espaços a novos olhares, um desses caminhos é exercitar o que Lins (2004) denomina de Matemática do Professor de Matemática que é caracterizada por nela serem aceitos, além dos significados matemáticos, os também não matemáticos, para coisas que poderiam ser de outra maneira chamada "matemática", por exemplo, "números negativos são dívidas", "frações são pedaços de pizzas” ou “equações são balanças de dois pratos”, e usados para (supostamente) facilitar a aprendizagem. Lins (2004) afirma que:

> o professor não tem que dar conta apenas do que concorda com o que ele diz, com o que está 'certo'. O professor precisa ser capaz de ler o que seu aluno diz, mesmo que esteja 'errado', tanto quanto como quando está 'certo'. (LINS, 2004a, p.3) [Grifo nosso].

Uma discussão muito relevante é a questão da contextualização em matemática, no âmbito educacional muitas vezes a formação do professor é centrada nas categorias da matemática do matemático, essa concentração influencia em muitas faltas em sua atuação profissional, pois muito constantemente o professor precisa se recontextualizar em sala de aula para atender as necessidades de cada aluno, ou seja, muitas vezes o ensino em sala de aula parte do conhecimento matemático e se procura alguma situação que possa contextualizar esse conhecimento, esse processo é complexo e exige muito conhecimento do professor, e sempre existe a questão, como ela deve acontecer?

Acreditamos como Lins (2004) que práticas educativas que se proponham a relacionar a matemática da escola com o cotidiano constituem um avanço na Educação Matemática, mas não devemos falar da contextualização apenas no sentido de que ela é importante para se tratar daqueles conteúdos dados, determinados previamente, ou seja, não basta usar o que se faz no cotidiano como pretexto para estudar a matemática escolar, e sim, porque a Matemática tem um papel especial na organização da vida e na formação da visão de mundo dos seus alunos. Assim, acreditamos que é preciso ir além da relação entre a matemática da escola e a do cotidiano.

Um dos modos de implementar práticas educativas que visionam diferentes modos de produção de significados no ensino de matemática estabelecidos pelos Modelos de Campos Semânticos e que também possibilite ultrapassar as práticas de contextualizações, é utilizar como ferramenta, atividades que envolvam categorias do cotidiano.

As questões que envolvem categorias do cotidiano possibilita trabalhar com elementos que são familiares tanto aos professores quanto para seus alunos, pois remetem ao que é corriqueiro no cotidiano de cada pessoa, o que nos orienta em nossos afazeres do dia-a-dia. As atividades baseadas nas categorias do cotidiano, não estabelece a necessidade de recontextualização, pois o entendimento passa do cotidiano para o matemático como ampliação de entendimento:

> [...] toma como diretriz a necessidade de realizar a formação e o desenvolvimento do professor a partir de categorias que ele pode compartilhar com seus alunos e alunas, de modo que ao invés de se formar dentro de certas categorias, para depois ter que investir no que alguns autores chamam de "recontextualização" — o que, inclusive, exige uma competência profissional específica e complexa —, sua formação já se dê a partir do contexto das categorias "da vida cotidiana", de modo que a "recontextualização" aconteça do natural (o cotidiano) para o não-natural (o matemático). Assim, a passagem aos modos de produção de significados da Matemática do matemático se dá como ampliação de entendimento, e não como "verdadeira essência do que se diz na rua", nem substituição do "intuitivo" pelo "matemático". (LINS, 2006, p. 7).

Uma das categorias do cotidiano é conhecida como tomada de decisão que nos permite transcender a contextualização, partindo de uma situação da vida cotidiana e a partir da exploração dela, processos de produção de significados (LINS, 1999), matemáticos ou não, entrem em movimento e possam ser ampliados, ou seja, existe a possibilidade de escolha de justificativas que envolvam o dia-a-dia ou que esteja presente no contexto matemático, nos possibilitando identificar que ideias seriam mais úteis e adequadas àquele fim, oportunizando ao aluno uma relação com o mundo de forma mais reflexiva e crítica, quando possibilitamos ao aluno essa tomada de decisão podemos visualizar por meio do descentramento em que nível de produção de significado ele se encontra.

Atividades que envolvem categorias da vida cotidiana, além de propiciar discussões que perpassam significados matemáticos e não matemáticos, permite a possibilidade de vivenciar experiências de descentramento e estranhamento. As ideias de estranhamento e descentramento que vamos utilizar aqui são decorrentes dos estudos de Oliveira (2011, 2012a, 2012b). O estranhamento pode ser vivenciado pelos alunos nas salas de aula de Matemática, ele acontece quando encontramos com ideais da matemática do matemático, que, muitas das vezes, contrariam ideais do senso comum da vida cotidiana, nesse momento o estranhamento pode ser visto como uma oportunidade formativa de trabalhar diferentes modos de significados, como também pode paralisar, imobilizar quem o vivencia. É aí que entra o professor, que, exercita o descentramento: Não sei como você é; preciso saber. Não sei também onde você está, sei apenas que está em algum lugar, preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar com você e para que possamos nos entender (...). (LINS, 1999, p. 85) assim o descentramento, "almeja entender do que o outro abrange para que modos de produção de significados sejam compartilhados, que se crie um espaço comunicativo" (OLIVEIRA, 2012a, p. 207).

Desse modo, pretendemos discutir o que pode acontecer ou o que muda quando trabalhamos com categorias do cotidiano, problematizando os processos de produção de significados em uma dessas atividades.

Capítulo 2

2.1. OBJETIVOS

Com base no referencial já apresentado, adotamos como objetivo deste trabalho apresentar uma leitura plausível sobre modos de produção de significados produzidos por professores sobre os números irracionais em um grupo de trabalho. De forma que possamos compreender o processo de produção de significados relacionados a questões envolvendo números racionais e irracionais, os modos legítimos de produção de significados da matemática do matemático, da matemática da escola e da matemática da rua, bem como problematizar como os professores investigados se põem frente ao estranhamento, avaliar mudanças nas falas de professores participantes dos grupos de trabalho, e investigar as potencialidades de atividades relacionadas às categorias do cotidiano no trabalho em sala de aula.

2.2. METODOLOGIA

Tomaremos o Modelo dos Campos Semânticos (LINS, 1999, 2006, 2008, 2012) como fundamentação teórico-metodológica para produzir e analisar nossos dados, pois é uma maneira de fazer leituras, interações e intervenções nos modos de produção de significados dos professores pesquisados. E um dos aportes do MCS central para análise de nossos dados é a leitura plausível apresentada por Lins (1999, p.93), que busca investigar as legitimidades das produções de significados de indivíduos em variados contextos, bem como, a dinâmica dos processos de tomada de decisão. Ou seja, é tentar entender as legitimidades, justificativas, seus interlocutores ou que o sujeito tem, busca e faz, sem julgar se está correto ou errado, por existir outras justificativas provenientes da mesma enunciação (SILVA, 2003, p.54). Assim, consideramos por leitura plausível "Toda tentativa de se entender que um autor deve passar pelo esforço de olhar o mundo com os olhos do autor, de usar os termos que ele usa de uma forma que torne o todo de seu texto plausível.”. (LINS, 1999, p.93).

Desta forma, buscaremos realizar uma pesquisa qualitativa, envolvendo o pesquisado e o pesquisando com base em uma análise intuitiva; a descrição dos dados tendo como foco o particular, buscando um maior nível de profundidade de compreensão; a não intenção de comprovação ou refutação de algum fato; a impossibilidade de estabelecer regulamentações (BOGDAN e BIKLEN, 1994; GARNICA, 2004).

O invento e a seleção das atividades sobre categorias do cotidiano foram realizados em conjunto com pesquisadores de cinco instituições de Ensino Superior, a Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (polo Campo Grande – MS), Universidade Federal de Mato Grosso (polo Sinop – MT), Universidade Federal de São Paulo (polo Diadema – SP) e Universidade Federal do Pampa (polo Bagé – RS) e Universidade Federal de São João Del’ Rei (São João Del’ Rei – MG).

No segundo semestre de 2016 realizamos um grupo de trabalho composto por dez personagens, sendo eles professores formadores de professores, professores do ensino básico e futuros graduandos de licenciatura em matemática, dos dez professores apenas cinco professores estavam presentes no encontro analisado, aos quais foram designados pelos nomes fictícios de flores: Cravo, Jasmim, Girassol, Gerânio e Orquídea. As reuniões e discussões ocorreram na cidade de Sinop durante um período de dez encontros com duração de quatro horas, nas dependências da Oficina de Matemática do curso de Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso. O grupo de trabalho não possui aspecto de curso ou capacitação no qual professores universitários vão ensinar os professores da Educação Básica, mas conversar, discutir, compartilhar experiências, dificuldades, potencialidades, aprender e problematizar atividades que envolvam categorias do cotidiano que direcionará as discussões dos encontros.

Esses encontros foram gravados em áudio e vídeo para que pudéssemos realizar nossas análises posteriores. Nossas leituras também foram baseadas nos cadernos de anotações dos professores participantes onde contém suas resoluções, indagações e reflexões. Nossa intenção foi que, esses encontros nesse espaço formativo, criassem situações para que os professores de matemática pudessem discutir e problematizar atividades que envolvam categorias do cotidiano, podendo ou não aparecer ideias matemáticas a serem discutidas e problematizadas (LINS, 2004). Abordaremos no trabalho uma busca por produções de significados produzidas pelos professores sem olhar pelo erro, frente as atividades as legitimidades poderão fazer parte do contexto de sala de aula, do grupo de trabalho e do jardim do matemático, assim as indagações e considerações dos professores formarão as direções dos significados. Das atividades realizadas, nomeamos uma para ser analisada neste trabalho. A atividade consistia em discutir o seguinte problema:

Atividade 1 - Terceiro encontro do grupo de trabalho

Construa um triângulo retângulo cujos catetos medem 1u.c.

a. Meça com uma régua a hipotenusa do triângulo retângulo construído.
b. Usando o teorema de Pitágoras, calcule a medida da hipotenusa desse triângulo retângulo e compare-a com o valor obtido em a.
c. Que considerações você tem a fazer sobre esses números obtidos em a. e b.?

É possível dizer que esses números são iguais?

Ou seja, propomo-nos a fazer uma leitura plausível de processos de produção de significados, postos em movimento pelas discussões dessa atividade, apresentada durante o compartilhamento de potencialidade e dificuldades da atividade entre os professores. A partir de nossas leituras e transcrições, com avaliações e análises da atividade produzida, apresentaremos legitimidades que, em nosso entendimento, autorizavam os professores produzirem aqueles enunciados. Assim, nosso trabalho foi o de identificar as direções indicadas pelos professores envolvidos no trabalho e apresentar as legitimidades que acreditamos que eles utilizavam ao produzirem seus enunciados.

Portanto o que está enunciado nos quadros apresentados no Capítulo 3 é o nosso entendimento a respeito do que os professores diriam, caso fossem esclarecer o que estavam dizendo. Além disso, há também a nossa leitura do que seria o aprofundamento dessas questões durante a formação de professores. Assim, os significados produzidos e apresentados a seguir é o que nos sentimos autorizado a dizer, ao procurar fazer uma leitura do terceiro encontro do grupo de trabalho.

Nossa compreensão acerca da utilização de tais categorias na formação de professores de matemática foram diluídas as situações de estranhamento e descentramento oportunizadas aos professores, bem como analisaremos de que modo as discussões e trabalhos realizados nos espaços formativos constituídos poderão ter ressonâncias nas atividades docentes desses professores.

Capítulo 3

3.1. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Apresentaremos uma análise das indagações e considerações produzidas no encontro do dia 27 de Outubro de 2016 pelos professores participantes do projeto, referente a questão sobre “Construa um triângulo retângulo cujos catetos medem 1 u.c.”, ou seja, uma leitura plausível de uma questão do terceiro encontro realizado com a presença de cinco professores no grupo de trabalho, neste momento não nos interessa qual professor disse cada uma das falas. Estamos interessados nas discussões como um todo, nas direções, legitimidades e modos de produção de significados enunciados no interior dessa atividade.

Atividade 1 - Terceiro encontro do grupo de trabalho

Construa um triângulo retângulo cujos catetos medem 1u.c.

a. Meça com uma régua a hipotenusa do triângulo retângulo construído.
b. Usando o teorema de Pitágoras, calcule a medida da hipotenusa desse triângulo retângulo e compare-a com o valor obtido em a.
c. Que considerações você tem a fazer sobre esses números obtidos em a. e b.?

É possível dizer que esses números são iguais?

Com a atividade 1, pretendíamos desencadear debates que promovessem situações de estranhamento e possibilitasse discussões sobre descentramento nos professores. Para tanto, escolhemos o conteúdo dos números irracionais que, sobre nosso ponto de vista, poderia cumprir esse papel.

Em um primeiro momento todos com régua, compasso e transferidor construíram um triangulo retângulo com catetos representados por 1 unidade de comprimento.

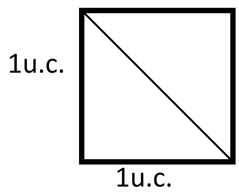


Figura 1. Construção da autora.

Ao utilizar a régua para identificar a medida da diagonal do quadrado de lado 1u.c. encontramos um valor de aproximadamente 1,4 u.c. mas ao aplicarmos o teorema de Pitágoras; $H^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow$ H= $\sqrt{2}\,\mathrm{u.c.}$, nos deparamos com $\sqrt{2}\,\mathrm{u.c.}$

Todos confirmaram que os valores representam dois números diferentes, e que para descrever um número irracional, podemos recorrer a aproximações racionais mais ou menos precisas; e para conseguirmos uma precisão total, necessitaremos de um instrumento de maior precisão para coletar a medida exata de $\sqrt{2}$, assim, Cravo um dos professores, define: "Percebemos que a régua não pode satisfazer o aferimento exato da medida pois em sua escala (graduação) não contempla os números irracionais". O mesmo pensamento pode ser identificado nas escritas da professora Jasmim; "Poderíamos dizer que esses números são iguais se utilizássemos instrumentos de medida adequado, mas ainda não teríamos resultados exatamente iguais, uma vez que $\sqrt{2}$ é um número irracional".

Em um primeiro momento, os professores enfrentam uma dualidade em dizer que os valores serão iguais se criar formas diferenciadas de se medir que sejam mais adequadas aos ambientes que estamos estudando, na tentativa de chegarmos a um resultado de exatidão forçando-nos então à elaboração de um novo instrumento de se medir, surgindo a contradição ao afirmar que mesmo assim serão diferentes os valores finais.

O ato de medir, tanto no nosso dia a dia quanto na Ciência, é algo tão natural e corriqueiro que, por muitas vezes o fazemos sem se pensar muito a respeito, isto é, estamos tão acostumados a utilizar para medir distâncias uma régua, dita “padrão”, e não imaginamos que possam existir contextos em que ela não se aplica, pelo menos no ambiente abstrato da Matemática. Este questionamento é levado em consideração no grupo de estudo quando Girassol afirma, “Se fizermos ainda maior nosso triângulo, e maior, e maior, do tamanho da sala, a aproximação melhoraria, mais em nenhum instante conseguiríamos obter o número irracional $\sqrt{2}$, nunca poderíamos fornece seu valor exato.” Ao se depararem com a impossibilidade de encontrar a medida exata, permitiu um novo questionamento, será que existe um instrumento de precisão?

Orquídea, uma das professoras indaga: “Se mexo com a régua obtenho um número racional, mas ao utilizar o teorema de Pitágoras nos deparamos com um número irracional, como que um número pode ser duas coisas ao mesmo tempo? Os números irracionais são incomensuráveis?” A figura 2, mostra a produção de Orquídea e os resíduos de seu enunciado.

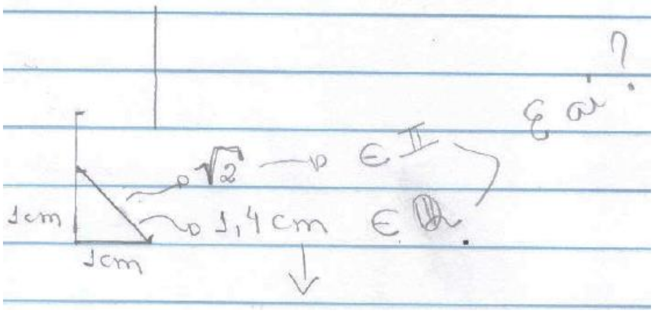


Figura 2. Resolução da Orquídea no caderno de questões.

Ao aludir as perguntas a si e aos demais professores, originou um apreensivo desconforto e estranhamento por todos, será que um número irracional pode ser medido, contado, ele tem dimensão? Nesse momento propomos ir a um novo lugar, nos aproximar do jardim dos matemáticos e verificar como eles podem ter tratado dessa questão.

Aproximando do Jardim dos Matemáticos 1

O mesmo questionamento ocorreu com Hipasus de Metapotum por volta de 400 a.c.

Segundo Ávila (2008), comecemos lembrando que na Grécia antiga (400 a. c.), os únicos números reconhecidos como tais eram os números naturais, 2,3,4, etc. O próprio 1 não era considerado número, mas a unidade, a partir da qual se formavam os números. As frações só apareciam indiretamente, na forma de razão de duas grandezas, como por exemplo, quando dizemos que o volume de uma esfera está para o volume do cilindro reto que a circunscreve assim como 2 está para 3:

Volume $_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi R^3$

Volume $_{\text{cilindro}} = \pi R^2 2R$

Razão = $\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\pi R^2 2R} \Rightarrow \frac{\frac{4}{3}}{2} \Rightarrow \frac{2}{3}$

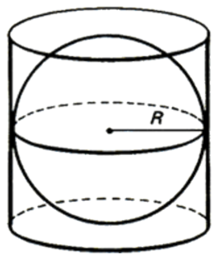
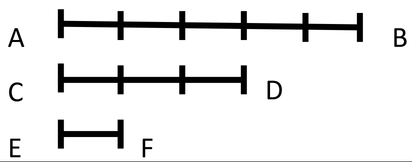


Figura 3. Construção da autora

A ideia que os números racionais poderiam expressar qualquer número no universo, conforme a Escola Pitagórica pregava, foi derrubada, ou seja, existem números incomensuráveis. Segundo relatos, embora sem muita precisão, Hipasus de Metapotum, pertencente à Escola Pitagórica, teria feito uma descoberta sobre a existência de números incomensuráveis. Tal descoberta teria lhe tirado a própria vida. Assim, a descoberta dos números incomensuráveis, denominados irracionais, estaria creditada a Hipasus.

Nesse novo universo proposto por Hipasus, problemas geométricos, como exemplo, qual o comprimento da diagonal de um quadrado cujos lados medem uma unidade de comprimento, passam a ter sentido e podem ser resolvidos. Nesse caso a resposta é $\sqrt{2}$, que consiste em um número irracional. A irracionalidade de $\sqrt{2}$ pode ser verificada de diversas maneiras, nos propomos destacar a prova geométrica e via frações irredutíveis.

Na época dos pitagóricos VI a.c. eles pensavam da seguinte maneira, no caso dois segmentos retilíneos AB e CD, dizer que a razão AB/CD é o número racional m/n, significa que existe um terceiro segmento EF tal que AB seja m vezes EF e CD n vezes esse mesmo segmento EF.



AB e CD são segmentos, não números. É por isso que “razão” não é o mesmo que “fração”, apenas “razões”. Dizemos que EF é um submúltiplo comum de AB e CD. Uma simples reflexão revela que essa é uma ideia muito razoável; afinal, se EF não serve, podemos imaginar um segmento menor, outro menor ainda, e assim por diante. Nossa intuição geométrica parece dizer-nos que há de existir um, certo, segmento EF, talvez muito pequeno, mas satisfazendo aos propósitos desejados.

Dois segmentos nessas condições são ditos comensuráveis, justamente por ser possível medi-los ao mesmo tempo, com a mesma unidade EF. Entretanto, não é verdade que dois segmentos quaisquer sejam sempre comensuráveis. Em outras palavras, existem segmentos AB e CD sem unidade comum EF, os chamados segmentos incomensuráveis. Foram os próprios pitagóricos que descobriram que o lado e a diagonal de um quadrado são grandezas incomensuráveis, pelo argumento geométrico temos:

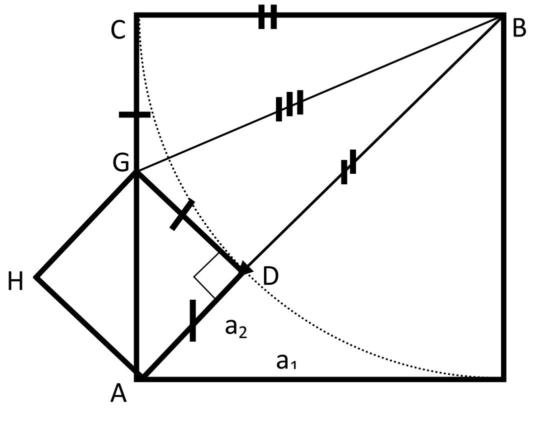


Figura 4. Construção da autora

A Figura 4, ilustra um quadrado com diagonal AB e lado BC. Suponhamos, por absurdo, que AB e BC sejam comensuráveis. Então existira um terceiro segmento EF, submúltiplo de AB e BC. Com centro em B e raio BC traçamos um arco de circunferência CD, o qual corta a diagonal AB em D. Seja DG a tangente a esse arco em D. Como BD=BC, os triângulos retângulos BCG e BDG são congruentes, de sorte que os catetos CG e DG são congruentes. Como o triângulo ADG é triângulo retângulo isósceles, concluímos que também são congruentes os segmentos AD e DG.

AB= m.EF

BC= n.EF

AD = AB – BC

AD = m.EF – n.EF

AD = (m-n).EF

AG = BC – AD

AG = n.EF - (m-n).EF

AG = n.EF – m.EF + n.EF

AG = (2n-m). EF

Como o segmento EF é submúltiplo comum de AB e BC, concluímos que o mesmo segmento EF também será submúltiplo de AD e AG. Portanto, a mesma construção geométrica que nos permitiu passar do quadrado original ao quadrado ADGH pode ser repetida com este último para chegarmos a um quadrado menor ainda e assim por diante, indefinidamente por exaustão; e esses quadrados vão-se tornando arbitrariamente pequenos, pois, como é fácil ver, as dimensões de cada quadrado diminuem em mais da metade quando passamos de um deles a seu sucessor, $a2 < \frac{a1}{2}$. Dessa maneira, provamos que o segmento EF deverá ser submúltiplo comum do lado e da diagonal de um quadrado tão pequeno quanto desejarmos, o que é um absurdo. Assim, somos levados a rejeitar a suposição inicial de comensurabilidade de AB e BC. Concluímos, então que o lado e a diagonal de qualquer quadrado são grandezas incomensuráveis, como queríamos provar.

Em nossa leitura os professores ao falarem da irracionalidade de $\sqrt{2}$ estavam legitimados por outro modo, igualmente pertencente a Matemática do Matemático, mas que, segundo os professores presentes, não é colocado em discussão na educação básica. Ou seja, mesmo essa forma de produção não sendo comumente praticada na sala de aula da escola básica é ela muito exercitada na formação inicial dos professores de matemática e é quem autoriza o professor a afirmar que $\sqrt{2}$ é irracional.

Aproximando do Jardim dos Matemáticos 2

Segundo Ávila (2008, pág.25), podemos demonstrar que $\sqrt{P}$ é um número irracional, raciocinando por absurdo. Sabendo que uma fração $\frac{a}{b}$, com a $\in \mathbb{Z}$, b $\in \mathbb{Z}^*$ e $b \neq 0$, é irredutível quando a e b são primos entre si, não possuem divisor comum maior que 1.

Assim se $\sqrt{P}$, for racional, existem dois inteiros positivos *a* e *b,* tais que $\sqrt{P}= \frac{a}{b}$, sendo $\frac{a}{b}$, uma fração irredutível.

Elevando essa igualdade ao quadrado, obtemos; $P = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow b^2P = a^2$, b é um número inteiro então b^2deve ser um número inteiro, logo um número inteiro vezes p é igual a a^2, significa que P é fator de a^2 , ou seja a^2 é um múltiplo de P, donde concluímos que a também é um múltiplo de P, vamos pensar sobre a fatoração dos fatores primos de a;

$a = f^1.f^2...f^n$

$a^2 = (f^1.f^2...f^n) . (f^1.f^2...f^n)$

$= (f^1 . f^1 . f^2 . f^2 . f^n . f^n)$

Como P é um primo, então P deve ser um desses números na fatoração em fatores primos, se pegarmos arbitrariamente P = f1, isso nos permite dizer que P é também fator de a assim deduzindo que a é um múltiplo de P, ou seja, a = kp, com k $\in\mathbb{Z}$, reescrevendo $b^2P = a^2$; $b^2P = (kP)^2 \Rightarrow b^2P = k^2P^2 \Rightarrow b^2 = k^2P$, com b^2 é um múltiplo de P, pela lógica que aplicamos anteriormente com a^2, nos mostra que b é um múltiplo de P, isso é um absurdo, pois se consiste em uma contradição com o que admitimos pela suposição, que a e b são primos entre si. Portanto, $\sqrt{P}$ é irracional.

Na sala de aula o professor precisa produzir enunciados na direção do que ele acredita que os alunos produziriam, ou entenderiam. Assim, no contexto da educação básica, seguindo a indicação dos professores as definições de números racionais e irracionais são apresentados de outro modo.

Aproximando da Sala de Aula 1

Nos modos de produção de significados da sala de aula, uma fração $\frac{a}{b}$, com b ≠ 0 , diz-se irredutível se mdc (a , b) =1, Dante (2010). Os números racionais costumam ser representados por frações ordinárias, representação essa que é única se tomarmos as frações em forma irredutível e com denominadores positivos, as quais quando convertidas à forma decimal, resultam numa decimal finita ou periódica. Assim, podemos definir números racionais da seguinte forma:

Definição 1.1 Um número real é dito racional se pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, com a∈ℤ e b∈ℤ*. Simbolicamente ℚ = {x∈ ℝ ; x=$\frac{a}{b}$, com a ∈ℤ e b∈ℤ*}.

Dessa forma, conseguimos distinguir apenas dois tipos de números racionais $\frac{a}{b}$: os números racionais que possuem representações decimais finitas e infinitas periódicos e os que possuem apenas representação decimal infinita periódica.

Os racionais do primeiro tipo têm representações decimais finitas e infinitas periódicos; por exemplo:

$\frac{1}{2}$ = 0,5 = 0,4999999...

Como,

$$-\begin{array}{r}100x = 49{,}99999\cdots\\ 10x = 4{,}99999\cdots\end{array} \Rightarrow 90x = 45 \ \Rightarrow x = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$$

Os números do segundo tipo têm apenas uma única representação decimal infinita periódica; por exemplo:

$$\frac{1}{3} = 0{,}3333333\ ...$$

Como, $-\begin{array}{r}10x = 3{,}333333\cdots\\ x = 0{,}333333\cdots\end{array} \Rightarrow \quad 9x = 3 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3}{9} = \frac{1}{3},$

Definição 1.2 Todo número decimal que não pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, com a ∈ℤ e $b \neq 0$ é irracional. Simbolicamente 𝕀 = ℝ/ℚ = {x∈ℝ; x, x∉ℚ}. A partir dessa definição podemos concluir que todos os números irracionais são decimais infinitas não periódicas.

Dado um número decimal infinito não periódico propomos defini-lo em uma fração decimal infinita, vamos escrever esse número decimal com espaços separando os vários grupos de algarismos para melhor compreensão:

$$0{,}20\ \ 200\ \ 2000\ \ 20000\ ... = \frac{20}{100} + \frac{20.200}{1.000.000} + \frac{20.200.2000}{100.000.000.000} + \cdots$$

Aqui, como se vê que os três pontos significam que o modo de formação do número já está explicitado e continua.

Como,

$$-\begin{array}{r}100x = 20{,}2002000200002\cdots\\ x = 0{,}202002000200002\cdots,\end{array}$$

observamos que em nenhum momento conseguiremos igualar as casas decimais , mesmo ao multiplicarmos por 10, 100, 1000 e assim por diante, para efetuar a subtração.

Retornando à fala da Orquídea: “Quando temos ternas, temos números racionais e quando não temos ternas, temos os irracionais, é costume aproximar tudo, mas os dois valores não são a mesma coisa”. Ao se depararem com as questões dessa atividade, frente aos argumentos por eles usados para falar sobre o assunto, os professores vivenciaram um processo de estranhamento. Essas considerações explicitam que em determinadas situações operamos em diferentes Campos Semânticos. Por exemplo, quando utilizamos a régua como forma de tornar a distância comensurável é um campo de significação qual não considera elementos matemáticos para pensar sobre essa questão. Mas quando lidamos com números incomensuráveis, isso não pode ser aplicado, aqui o professor deve considerar que a proximidade de $\sqrt{2}$ para 1,4 dos números não terá significado para a matemática do matemático, pois nesse momento precisamos de outro processo de produção de significado, com outros objetos, assim explicitar esses planos de significações e essas diferentes lógicas permite ao professores refletir sobre sua prática de ensino.

Tal estranhamento permitiu aos professores refletiram como esses conteúdos são abordados por eles em sala de aula, observando a fala de Orquídea:

> Na sala de aula fazemos esse tipo de tratamento por aproximação, é normal, é costume de aproximar tudo, pedimos para o aluno trabalhar com arredondamento, chegamos ao extremo de tratamos os números irracionais na sala como números racionais utilizando a igualdade, não percebemos, é automático utilizarmos a igualdade.

Já Cravo menciona: “Utilizo sempre como aproximação, eu explico, isso é uma dízima periódica, isso não é uma dízima periódica, sabemos que é um número irracional, mas tratamos como aproximação, não explicamos aos alunos, não discutimos que é um número irracional.” O mesmo diz Gerânio: “Também penso na aproximação de duas casas após a virgula, em sala fazemos esse tratamento de aproximação, não abordamos a questão dos irracionais e racionais.”

Muitas vezes, atuando em sala de aula como docentes, tomamos como compreensíveis e naturais situações matemáticas que, em um primeiro momento, são estranhas. Essa aceitação ocorre, na maioria das vezes, porque alguém com autoridade nos apresentou uma informação (conceito) e a tomamos como verdadeira, sem precisarmos questionar.

Aproximando da Sala de Aula 2

Geralmente, os livros didáticos apresentam a reta numérica e mostram alguns pontos marcados com alguns números irracionais, inclusive o número $\sqrt{2}$.

Vejamos um exemplo:

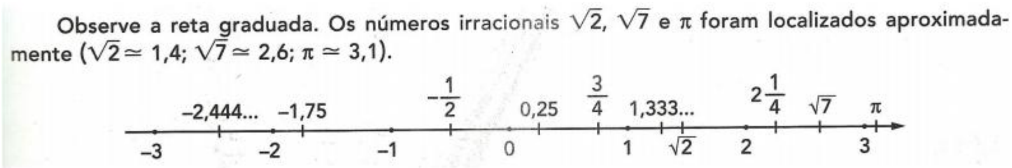


Figura 5. Exemplo de retal real no livro DANTE (2010).

Os livros fazem uma aproximação para os números irracionais, $\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$ e π e os marcam na reta numérica. O mesmo ocorre quando construída a reta dos reais através da construção geométrica por régua e compasso, onde teremos com exatidão um ponto para $\sqrt{2}$. Mas nunca conseguiremos obter um segmento de medida $\sqrt{2}$, por isso o número $\sqrt{2}$ é marcado na reta com um valor aproximado.

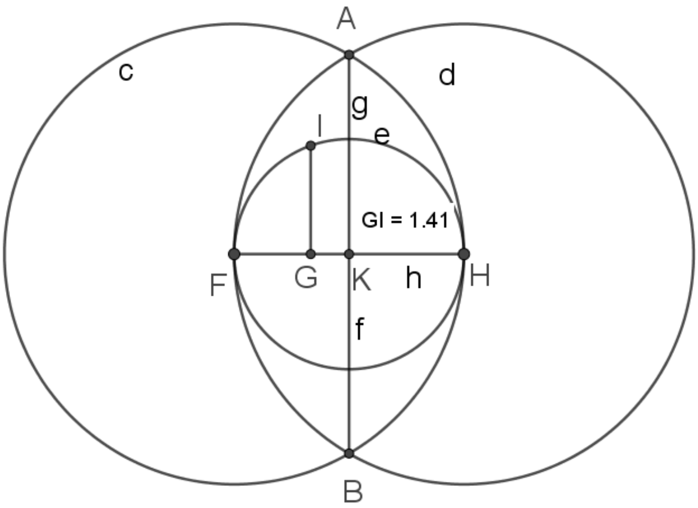


Figura 6. Construção da autora no Geogebra

No caso da Figura 6, pretendemos extrair a raiz quadrada de GH, adiciona-se ao longo da linha reta FG, que é igual à unidade, e dividindo FH em duas partes iguais pelo ponto K, descrevo a partir de K o círculo FIH. Depois, traçando do ponto G uma reta com ângulos retos sobre FH, até I, assim GI é a raiz buscada. Transportando IG para a reta numerada obtemos o ponto correspondente a $\sqrt{2}$, dado pelo segmento GM.

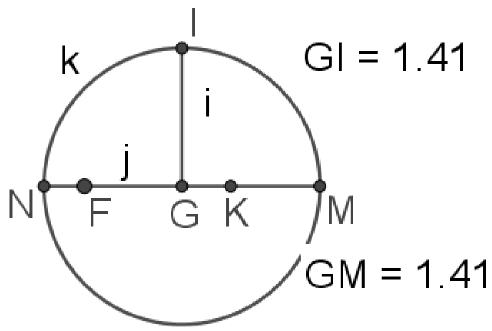


Figura 7. Construção da autora no Geogebra

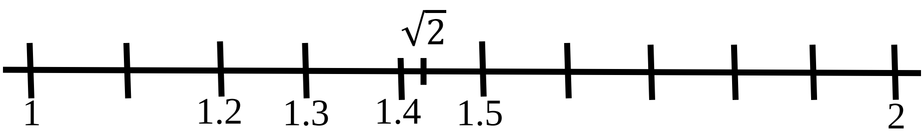
Outra reflexão das abordagens em sala de aula ocorre quando os professores comentam, que um dos métodos utilizados é o cálculo, para se encontrar aproximações para os irracionais por aproximações sucessivas com os números racionais por falta e, por excesso cada vez melhores, de tal maneira que o número irracional esteja sempre entre essas aproximações. Como nos sugere a fala de Cravo;

> Não tinha pensado nas aproximações sucessivas, vamos ver aqui para $\sqrt{50}$, eu quero achar algo próximo disso certo? 7,1 vezes 7,1 é 50,41 então é menor que 7,1, então qual é o número? Vamos por tentativas 7,05 ou 7,08, pensando assim vamos estabelecendo números, em que vai sendo diminuídos os intervalos, colocando um aqui outro ali, assim criamos um conjunto que vai se aproximando da $\sqrt{50}$.

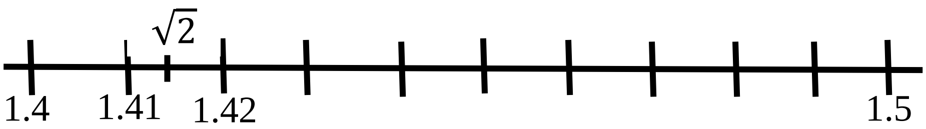
Gostaríamos, mais uma vez, de nos aproximar da sala de aula e elucidar como entendemos que as aproximações são realizadas nas aulas de matemática.

Aproximando da Sala de Aula 3

Vamos ilustrar esta situação. Sabemos que $\sqrt{2}$ está localizado entre 1 e 2. Tal fato pode ser indicado assim: $\sqrt{2} \in [1,2]$, que significa que $\sqrt{2}$ pertence ao intervalo compreendido entre 1 e 2. Esta localização é um pouco grosseira. Podemos melhorá-la bastante, observando que $\sqrt{2}$ está entre 1,4 e 1,5, isto é $\sqrt{2} \in [1,4; 1,5]$, pois $(1,4)^2 < 2 < (1,5)^2$, conforme indicado na figura abaixo.



Se dividirmos este último intervalo em 10 partes iguais, o número $\sqrt{2}$ deve-se encontrar em um destes subintervalos. Neste caso, $\sqrt{2}$ está entre 1,41 e 1,42, ou seja $\in$ [1.41,1.42], pois $(1,41)^2 < 2 < (1,42)^2$. Veja abaixo.



Continuando assim, podemos localizar $\sqrt{2}$ entre 1,414 e 1,415. Dessa maneira, vamos "apertando o cerco" em torno do número $\sqrt{2}$, por meio de intervalos cada vez menores. Se quisermos continuar na prática com esse procedimento, teremos que usar uma lente de aumento para marcar os próximos intervalos. Mas, o que importa não é a possibilidade ou não de desenharmos no papel um intervalo de comprimento muito pequeno; o importante é entender a ideia de que à medida em que o tamanho dos intervalos diminuiam, as suas extremidades se aproximam cada vez mais e que sempre existirá um número, no caso deste exemplo $\sqrt{2}$, que se encontra dentro de um destes intervalos. Como podemos perceber também essa aproximação sucessiva aos irracionais é um processo infinito, como declara Jasmim: "Mas, será aproximação!, Cravo: "Sim, aproximação porque exato não conseguiremos".

No decorrer da discussão sobre trabalhar com raízes Gerânio diz:

> [...]quando eu estava trabalhando raízes, os alunos perguntavam: professor e se não tiver calculadora como que eu faço para calcular raiz? E aí trabalhando a ideia como é que fazia né, pela ideia da multiplicação sucessiva, mas também pela fatoração. Então observei um detalhe, que o Cabeçalho fala triângulo retângulo e, na verdade, então quando é triângulo retângulo isósceles a diagonal é sempre o lado vezes a raiz quadrada de 2.

Ainda a respeito da construção de aproximações Orquídea diz que "mesmo com a calculadora é bem delicada essa questão dos números decimais" e Gerânio reforça: "... aí a calculadora se torna uma ferramenta bem contestada para o uso em sala de aula".

Nesse momento, propomos mais uma sugestão de ida a novos lugares, vamos nos aproximar da sala de aula e refletir a respeito da contestação do uso da calculadora para discutir a natureza dos números racionais e irracionais.

Aproximando da Sala de Aula 4

Os Professores comentam que os alunos recorrem na maioria das vezes às calculadoras para identificar um valor pertencente a uma raiz aproximado para os números irracionais, as calculadoras sempre forneceram valores racionais aproximados para estas raízes, mesmo se utilizarmos uma calculadora que nos forneça muitas casas após a vírgula, ao fazermos $\sqrt{2}$ na calculadora científica teremos 1,4142135623730950488016887242097 e assim segue.

Existem casos em que a calculadora não mostra todo o período. Por exemplo, 1/14 na calculadora tem a seguinte forma decimal: 0,071428571 na calculadora não mostra o período completo, mas o cálculo manual ou um computador evidenciam a existência do período, $0{,}0\overline{714285714285}\cdots$.

Em outros casos, como 17/3, a calculadora mostra uma parte do período, 6, com um dígito final 7 – $\frac{17}{3} = 5,66666666666666666666666666667$ – resultado da aproximação para cima.

Todos os resultados, na calculadora, mostram número finito de casas decimais, contrariando o que se vê no cálculo manual, então, nem sempre conseguimos identificar nas máquinas e nas medidas um número com infinitas casas decimais utilizando-se a calculadora. Mas tais números existem!

Assim, a utilização cotidiana das calculadoras, com a inerente limitação do mostrador, da arquitetura representativa (memória finita), erros de aproximação, dispondo os números na representação decimal, pode induzir os alunos a uma prática ideia de que todos os números são tratados como se fossem racionais, não permitindo compreender a representação das dízimas (periódicas e não-periódicas) e nem a natureza dos números irracionais. Por isso, como afirma Gerânio o uso da calculadora em sala para essa discussão é contestado.

A atividade de estranhamento com os professores, os permitiu, nesse trabalho, refletir sobre seu próprio modo de aprender e ensinar, tanto os processos de aprendizagem como os de ensino são um meio para ajudar os alunos em seu crescimento educacional.

Também podemos refletir a respeito dos modos de produção de significados para a aproximação na rua, no cotidiano, principalmente no comércio.

Aproximando da Matemática da Rua 1

Na matemática da rua o tratamento com aproximações ocorre apenas com duas casas após a vírgula, principalmente no comércio, existindo exceções como os postos de combustíveis, que utilizam três casas após a vírgula, tal prática possui respaldo legal.

Entretanto, a utilização das três casas após a vírgula pode ser visto como um recurso, artifício, para aumentar a lucratividade dos postos e distribuidoras de combustíveis. Isso pode ser confirmado com uma simples conta de matemática:

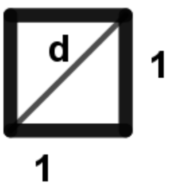
Se você compra 50 litros de gasolina por mês, ao preço de R$3,759 o litro, você paga R$187,95. Se a terceira casa não existisse, você pagaria pela mesma quantidade R$187,50, ou seja, R$0,45 a menos.

Parece pouco para o consumidor, e realmente é, mas para quem vende uma quantidade grande de litros de gasolina, caso dos postos e distribuidoras, isso faz uma diferença importante nos cofres dos revendedores. As aproximações do cotidiano e os cálculos passam despercebidos no dia a dia para grande maioria dos consumidores, que possam acreditam que o dígito a mais é “irrelevante”.

Nesse movimento de idas e vindas propomos retomar a fala de Gerânio: “quando é triângulo retângulo isósceles a diagonal é sempre o lado vezes a raiz quadrada de 2”, para isso vamos, mais uma vez nos aproximar da sala de aula.

Aproximando da Sala de Aula 5

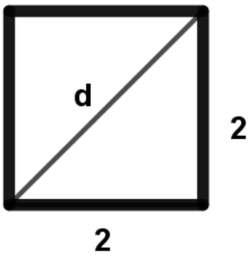
Na sala de aula o professor procura mostrar que existe uma regularidade para determinar a diagonal do quadrado, ou na hipotenusa do triângulo retângulo isósceles. E ela ocorre por meio do cálculo de diagonais de quadrados de lado 1, 2, 3, ...



No quadrado de lado 1, pelo Teorema de Pitágoras temos:

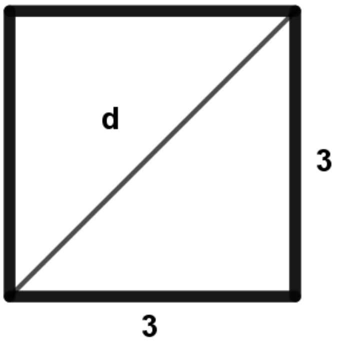
$$d^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow d = \sqrt{2}$$

Num quadrado de lado igual 2.



$$d^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \Rightarrow d = \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 2^2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

E num quadrado de lado 3 teremos:



$$d^2 = 3^2 + 3^2 = 18 \Rightarrow d = \sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3^2} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

Com os cálculos observados, podemos definir a segunda forma de encontrar a diagonal, utilizando a generalização, perceba que em todos os casos obtemos o lado do quadrado vezes $\sqrt{2}$, essa fórmula é obtida por meio do Teorema de Pitágoras, assim podemos obter da seguinte maneira: $d^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow d^2 = 2l^2 \Rightarrow d = \sqrt{(2l^2)} \Rightarrow d = l\sqrt{2}$.

Retomando à análise dos enunciados dos professores, em específico ao relato da professora Orquídea: "É difícil argumentar para o aluno que dentro de uma régua existe um número irracional, imagina dizer que existe uma infinidade deles, porque isso não é visível para ele, <u>não é contextualizado</u>, não faz sentido para os alunos"[Grifo nosso]. Essa fala, em nossa leitura sugere que a professora, ao pensar sobre o próprio comportamento no desenvolvimento da atividade, refletiu sobre o que acontece com os alunos nas suas aulas. Portanto, o fato de se colocar na posição dos alunos e entender como eles pensam, são passos a caminho do descentramento.

É razoável, portanto, dizermos ser importante para o professor de Matemática ter experiências, como as proporcionadas por essas atividades, para que ele vivencie o que chamamos de descentramento, se colocando no lugar do aluno, e refletindo sobre como, muitas vezes, ele procede em sala de aula. O descentramento vivenciado por esses professores – o colocar-se no lugar do aluno, que produz significado para números irracionais como mensuráveis – pode lançar luz sobre possíveis estranhamentos vivenciados pelos seus alunos, tais como: “como um número pode ser racional e irracional ao mesmo tempo?”. É pelo descentramento que professores têm possibilidade de entender quais são os significados que um aluno produz para certos contextos e, a partir daí, propor atividades que possam ser oportunidades para aquele aluno produzir significados também em outra direção, a fim de compartilharem o mesmo espaço de comunicação.

Outro momento de descentramento foi notado na fala da Orquídea: “Dentro de dois racionais, você tem os irracionais, que é uma infinidade, sabemos disso, mas se for dizer aos alunos que entre dois risquinhos existe uma infinidade de irracionais, eles vão dizer, “professora não consigo imaginar nenhum”. E ai você vai fazer o quê?”.

Ao retornar o questionamento da Orquídea, formulado pelo descentramento, permitiu-nos a aproximação de novos significados como na Matemática do Matemático com o Princípio de Arquimedes, muito trabalhado na formação inicial dos professores de matemática, para mostrar que entre dois números reais estão infinitos números racionais e infinitos números irracionais.

Aproximando do Jardim dos Matemáticos 3

- Entre dois números reais distintos sempre existe um número racional.

Suponha x e y dois números pertencentes aos reais, sem perda de generalidade, assumimos que x é menor que y, significa que y menos x é um número real qualquer z positivo, pelo axioma de Arquimedes sabemos que se selecionarmos um número real sempre existirá um natural maior que ele, em particular existe um natural n que é maior que $\frac{1}{z}$, isso implica que n.z é maior que 1, isso significa que n.(y-x) é maior que 1, assim:

$$\mathrm{x}, \mathrm{y} \in \mathbb{R}\ , \mathrm{x} < y \ \Rightarrow\ \mathrm{y} - \mathrm{x} = \mathrm{z}$$

$$\mathrm{n}\ > \frac{1}{\mathrm{z}} \Leftrightarrow\ \mathrm{n.z} > 1 \Leftrightarrow\ \mathrm{ny} - \mathrm{nx} > 1,$$

significa que existe um inteiro entre ny e nx, vamos chamar esse inteiro de m,

$$\mathrm{nx} < m < ny$$

$$\mathrm{x} < \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{n}} < y$$

onde, $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{n}} \in \mathbb{Q}$.

- Entre dois números reais distintos sempre existe um número irracional.

Sejam x e y dois números reais distintos. Sem perda de generalidade suponhamos x < y. Assim y – x > 0. Observe que é possível encontrarmos números n, m tais que

$$n(y - x) > 1$$
$$m(y - x) > \sqrt{2}$$

(esse fato é conhecido como Princípio de Arquimedes). Desta forma temos que

$$x < x + \frac{1}{n} < y$$
$$x < x + \frac{\sqrt{2}}{n} < y$$

e assim se x for irracional, assim será x+ $\frac{1}{n}$ e se x for racional então x + $\frac{\sqrt{2}}{n}$ será irracional. De qual quer forma conseguimos encontrar um irracional entre x e y.

Nesse caso temos mais uma vez categorias da matemática do matemático legitimando, ou autorizando o professor a afirmar que entre dois números racionais existem infinitos números racionais e infinitos números irracionais. No entanto, não parece plausível dizer isso a um aluno do ensino fundamental, como afirma Orquídea: "... mas se for dizer aos alunos que entre dois risquinhos existe uma infinidade de irracionais, eles vão dizer, "professora não consigo imaginar nenhum". E ai você vai fazer o quê?"

Aproximando da Sala de Aula 6

O momento de formação permitiu a troca desse "saber da experiência", e até mesmo sugestões de materiais que nos auxilia no trabalho didático em sala de aula, como na fala de Gerânio:

> Uma atividade que me possibilitou trabalhar com os irracionais em sala, foi a utilização de um elástico, pois ao esticarmos o elástico descobriremos que entre dois números definidos com marcações, obteremos muitos números a mais, que podem ser considerados como irracionais.

Diante desse relato Orquídea, afirma: “Olha que ideia bacana essa atividade!”

Gerânio: “Sim, a atividade do elástico foi legal!”

Orquídea diz: “Essa atividade seria super interessante trabalhar com os alunos, poderia ser estudada no laboratório, e depois utilizar a reta numérica.”

Entendemos que o professor é um profissional que detém saberes de variadas diretrizes sobre a educação. Por isso, o ‘saber profissional’ que orienta a atividade do professor insere-se na multiplicidade própria do trabalho dos profissionais que atuam em diferentes situações e que, portanto, precisam agir de forma diferenciada, mobilizando diferentes teorias, metodologias, habilidades. Dessa forma, o ‘saber profissional’ dos professores é constituído não por um ‘saber específico’, mas por vários ‘saberes’ de diferentes diretrizes, aí incluídos, também o “saber da experiência.”

Aqui, a criação de significados acontece no fluxo experiencial, à mobilização dos ‘saberes dos professores’, referidos por ‘saberes da docência’. No caso da experiência do elástico, com base em Lins (2004), dizemos que é um exemplo de Matemática do Professor de Matemática, um passo importante para mediar o processo de construção de novos significados do professor, através de novas relações entre símbolo e experienciação, esse vivenciar uma outra realidade educacional/escolar, tem apresentado uma significativa produção no campo dos saberes dos professores, permitindo a partir de uma reflexão na prática e sobre a prática, constituir novos saberes necessários ao ensino.

Assim, em diversos momentos do encontro foi possível percorrer caminhos em direção à recomendação apresentada por Linardi (2006), de que

> A formação matemática do professor precisa ser pensada em termos de processos de produção de significados que ocorrem no interior das salas de aula de matemática desses professores, e não em termos de conteúdos matemáticos. (p. 29-30)

Ao se colocar aos professores situações que trataram de contextos que envolveram ideias matemáticas, foi possível abordar processos de produção de significado e, naquele momento, chamar a atenção dos professores para um movimento que pode ocorrer nesses processos – o estranhamento. E, imbricado nele, o descentramento necessário à criação de um espaço comunicativo em sala de aula possibilitando o direcionamento a novos lugares.

A figura 9, representa um mapa metal, como uma chave para organizar e aumentar o entendimento das análises até aqui encontradas, sobre as legitimidades que fizeram parte nos encontros sobre os números irracionais.

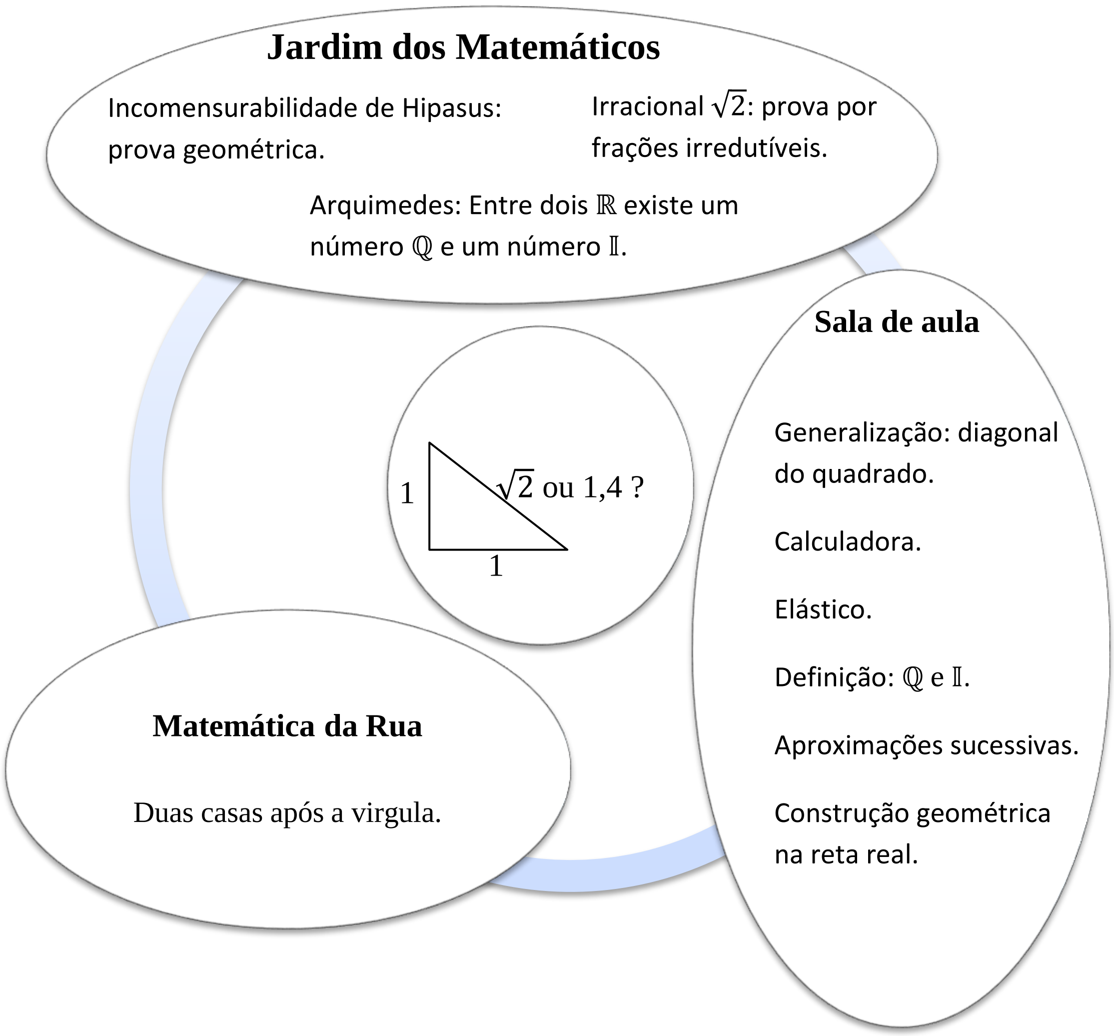


Figura 9. Construção da autora.

A questão trabalhada foi considerada pelo grupo atrativa e muito produtiva. Os professores incidiram como seria importante trabalhar esse tipo de atividade em sala de aula, e como esse tipo de questão seria aplicada aos alunos.

Além de permitir aos professores pensarem nos benefícios e como esse tipo de atividade seria aplicada em sala de aula com seus alunos. Outra possibilidade que se abriu a partir do trabalho desenvolvido foi provocar discussões que permitam professores de Matemática, em qualquer etapa de formação, refletirem sobre como desenvolvem práticas educativas em suas salas de aula.

4. CONSIDERAÇÕES

Uma das contribuições dos encontros promovidos pelo projeto "o uso de categorias do cotidiano para o desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática" foi também oportunizar a troca de experiências entre os professores de modo que trouxessem elementos de sua prática para as discussões.

Durante o encontro do grupo de trabalho, em que ocorreu a atividade abordada permitiu promover novas experiências aos professores, de modo que vivenciassem estranhamentos e tivessem experiências de descentramento, possibilitando identificar e gerar significados tanto da matemática do cotidiano quanto da matemática do matemático.

Assim, viver e discutir o estranhamento nessa proposta de desenvolvimento profissional se constituiu numa maneira de provocar no professor de Matemática um descentramento, ou seja, ao vivenciar o estranhamento e problematizá-lo, pretendia-se com isso criar oportunidades para que o professor se dê conta de que seus alunos também experimentam o estranhamento, mas muitas vezes, esses processos que nossos alunos vivem em salas de aulas de matemática podem ficar escondidos, o professor só tomará conhecimento dos mesmos se conseguir com que os estudantes falem o que estão pensando, que verbalizem para que o professor possa ler quais os significados que o aluno está produzindo em suas aulas.

O estranhamento que ocorre com nossos alunos pode se tornar (não percebem certos objetos matemáticos com a mesma naturalidade que os professores) um entrave à produção de significados. Tanto na direção da matemática da rua, porque sobre ela e suas coisas não é legítimo se falar na escola, quanto na direção da matemática da escola ou da matemática do matemático, porque essas têm direções que não são legítimas para o aluno na rua.

Com o movimento de descentramento pretende-se que o professor de Matemática evite naturalizar seus modos de produção de significados (o que poderia impossibilitá-lo de conseguir ler o estranhamento acontecendo em sua sala de aula) e, com isso, direcionar suas ações na tentativa de criar em sala de aula um espaço comunicativo.

Em vários momentos, a partir da atividade discutida, os professores apresentaram reflexões sobre o trabalho por cada um deles desenvolvido em suas salas de aulas. Esse repensar as suas práticas docentes o trazer elementos de sua prática para discussão pode ser uma ocasião de formação bastante promissora. Assim, o estudo de atividades baseadas nas categorias do cotidiano, nos possibilita motivar mudanças nas práticas profissionais de professores de matemática participantes dos encontros, de modo que, em prática possam refletir na escolha de quais tópicos de determinado conteúdos causam estranhamentos aos alunos em sala de aula e elaborar estratégias para lidar com o tema oportunizando ao aluno falar de diferentes ideias com diferentes significados.

Tal atividade nos permitiu compreender que em determinada forma de tratamento matemático a contextualização têm limitações e não se aplica a certos objetos matemáticos, dessa forma, a dimensão da matemática do matemático, é promissora por permitir a produção de novos significados fora das práticas usuais, cotidianas, possibilitando a criação de novas ideias e provavelmente conduzirá a aplicações futuras, pois a matemática do matemático tem uma tendência aumentada para a generalidade, que de tal forma pode facilitar as conexões entre os diferentes ramos da matemática, possibilitando percorrer novos caminhos. Assim, atividades que oportunizam esse percorrer de significados, possam também fazer parte de representações da matemática, como instrumento de pensamento onde palavras como dedução, demonstração, conceito e lógica se agrupando perto da palavra infinito e teoria dos conjuntos.

A possibilidade do estudo fundamentada na teoria dos Modelos de Campos Semânticos, movimentada no exercício de leituras dos relatos de experiência nos grupos de trabalho sobre a produção de significados matemáticos, ocorreu de maneira prazerosa e condescendente. Assim, as experiências até aqui apresentadas apontam sentido de satisfação, e são constituintes da construção da minha práxis nas experiências na formação como docente. Assumo que a mim, são acrescentadas novas e convenientes formas de produção e propagação do conhecimento, da comunicação e informação no processo de ensino e aprendizagem, e as tornarei usuais em minhas práticas didáticas. Pois atividades que envolvam potencialidade de construção de novos significados, principalmente o que tange aos números irracionais e racionais, mobilizam a produção do saber profissional docente, e empregá-las é abrir caminhos ao aprimoramento educacional.

Com este trabalho esperamos ainda contribuir com as pesquisas desenvolvidas pelo Grupo de Pesquisa Sigma-T, ampliando as discussões sobre o ensino da matemática nas salas de aula. Como também possibilitando repensar, observar e refletir sobre o desenvolvimento de estratégias para a formação continuada de professores que ensinam matemática na Educação Básica, acreditamos que seria interessante a criação de mais espaços com professores para acontecerem discussões semelhantes às que aconteceram durante o desenvolvimento desta pesquisa.

Esperamos também que as discussões teórico-metodológicas da pesquisa contribuam para que outras categorias, como a tomada de decisão, façam parte da formação inicial do professor que ensina matemática, colocando-o em situações mais próximas das demandas da prática profissional de professores.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÁVILA, G. **Análise Matemática para Licenciatura**. 3. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2008.

CARAÇA, B. D. J. **CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA MATEMÁTICA**. LISBOA. 1951.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

DANTE, L.R. **Tudo é Matemática**. 3a Edição. Editora Ática, São Paulo, 9o, 2010.

GARNICA, A. M. **História Oral e Educação Matemática**. In: Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. (orgs.) Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

LINARDI, P. R. **Rastros da formação matemática na prática profissional do professor de matemática**. 2006. 291p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

LINS, R. C. Por que discutir Teoria do Conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. Rio Claro: Editora UNESP, 1999. p. 75 – 94.

__________. **Matemática, monstros, significados e educação matemática**. In: BICUDO, M. A. V. & BORBA, M. C. (Orgs.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 92 – 120.

__________. **Characterising the mathematics of the mathematics teacher from the point of view of meaning production**. In: 10th International Congress on Mathematical Education, 2006b, Copenhagen. Plenary and Regular Lectures, 2006. v. único. p. 1-16.

__________. A diferença como oportunidade para aprender. In: Peres, E. *et al.*(orgs.). **Processos de ensinar e aprender: sujeitos, currículos e cultura: livro 3**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008, p. 530-550.

__________. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: LAUS, C. et al. (Orgs.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história.** São Paulo: Midiograf, 2012. p. 11– 30.

NIVEN, I. **Números Racionais e Irracionais**. Rio de Janeiro: IMPA, 1984.

OLIVEIRA, V. C. A. **Uma leitura sobre formação continuada de professores de Matemática fundamentada em uma categoria da vida cotidiana.** 2011. 207f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

__________. **Sobre as ideias de estranhamento e descentramento na formação de professores de Matemática**. In: ANGELO, C. L. et al. (Orgs.). Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012a. p. 199 – 216.

__________. **Uma proposta de intervenção em cursos de formação de professores de matemática.** Anais...XVI Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino - XVI ENDIPE. Unicamp: Campinas, 2012b.

SILVA, A. M.; **Sobre a dinâmica da produção de significados para a Matemática.** Tese de doutorado, UNESP, Rio Claro – SP, 2003.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **O uso de categorias do cotidiano para o desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**. EDITAL UNIVERSAL - MCTI/CNPq N º 14/2014.